Journal of Education Vol.23 No.3 June - September 2012

ขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดในกระบวนการนามธรรมของนักเรียนจากการบูรณาการรูปธรรมและนามธรรม

The Steps Of Compression Into Thinkable Concept In The Students'abstraction Process From Blending Embodiment And Symbolism

ณิศรา สุทธิสังข์*
E-mail : muinisara@hotmail.com

ดร.เกียรติ แสงอรุณ**
ดร.ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์***

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

บทคัดย่อ

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มุ่งหวังผลให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดและเป็นเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ทั้งนี้บุคคลที่เกี่ยวข้อง ครู นักการศึกษา และนักวิจัยซึ่งมีเป้าหมายร่วมกันเพื่อเสาะแสวงหาเครื่องมือในการทำความเข้าใจความคิดรวบยอดของนักเรียน ตามแนวคิดของ Skemp (1987) กล่าวถึง กระบวนการนามธรรมเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการสร้างความคิดรวบยอด Gray&Tall (2007) กล่าวถึง กระบวนการนามธรรมที่เกิดขึ้นผ่านกลไกธรรมชาติของการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่เรียกว่า "ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง" (thinkable concept) การศึกษากระบวนการนามธรรมที่เกิดขึ้นอย่างเป็นธรรมชาติจึงเป็นช่องทางในการหาคำตอบและทำเข้าใจความคิดรวบยอดของนักเรียนที่เกิดขึ้นเบื้องต้นการศึกษาเพื่อให้เห็นกลไกดังกล่าว คือ การศึกษาขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอการวิเคราะห์ขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองในกระบวนการนามธรรมโดยการบูรณาการรูปธรรมและนามธรรมบนการดำเนินการการแก้ปัญหาเลขคณิตภายใต้บริบทของการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) โดยแสดงถึงความสอดคล้องกันระหว่างภาคทฤษฎีกับภาคปฏิบัติ วิธีการวิจัยที่ใช้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ

---

*นักศึกษา หลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
**ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
***ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น อีเมล์

การเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การบันทึกวีดิทัศน์ การบันทึกเสียง การสัมภาษณ์ครูผู้สอนและการวิเคราะห์ผลงานของนักเรียน กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 4 คน ในโรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ ซึ่งเป็นโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการวิจัยการพัฒนาวิชาชีพครูของศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่นมาเป็นเวลา 5 ปี ใช้กรอบการวิเคราะห์ตามแนวคิดของ Tall&Isoda (2007) อธิบายถึง 4 ขั้นตอนของการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองในการแก้ปัญหาเลขคณิตสู่ผลลัพธ์เดียวกันที่เกิดขึ้นจากนามธรรม ซึ่งประกอบด้วย ขั้นการใช้วิธีการเดียว ขั้นการใช้วิธีการที่หลากหลาย ขั้นการพิจารณาวิธีการต่าง ๆ ที่ให้ผลลัพธ์เดียวกัน และขั้นเกิดแนวคิดที่สำคัญ และการผสมผสานการวิเคราะห์โดยใช้กรอบแนวคิดของ Poynter (2004) เพื่ออธิบายการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองจากรูปธรรม ผลการวิจัยพบว่า ขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองในกระบวนการนามธรรมของนักเรียนบนการดำเนินการแก้ปัญหาเลขคณิตนอกเหนือจาก 4 ขั้นตอนตามกรอบแนวคิดดังกล่าวแล้ว มีขั้นตอนที่ 5 เกิดขึ้น คือ ขั้นขยายแนวคิดและนำแนวคิดไปใช้ในนามธรรม ซึ่งถูกสนับสนุนการคำนวณและการตรวจสอบแนวคิดจากรูปธรรมอย่างคู่ขนานกัน โดยเฉพาะในขั้นตอนนี้นักเรียนมีการตรวจสอบและทบทวนแนวคิดของตนเอง ทำให้นักเรียนตระหนักถึงแนวคิดที่ถูกสร้างขึ้นและเป็นประโยชน์สำหรับการขยายโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ต่อไป

คำสำคัญ: การดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง รูปธรรม นามธรรม

Abstract

The objective of Mathematics Learning and Teaching was to develop students' concept in content so that the persons as teachers, educators, and researchers would try to search for instruments, and know for comprehending the students' existing concepts. According to Skemp's (1987) explained in the abstraction process as an important instrument in developing concepts. Gray&Tall (2007) suggested the abstract process through natural mechanism of compression into thinkable concept. Therefore, in preliminary of study need to study step of compression into thinkable concept to the abstract process with natural occurrence, was a major guideline in considering and findings answer in order to understand the students' concept formation. The purpose of this study was to present the student' abstraction process in action on an operation problem solving arithmetic under context Lesson Study and Open Approach based on steps of compression to thinkable concept from blending embodiment and symbolism between my setting conceptual framework and evident in classroom. For research design of qualitative research was administered by techniques of observation, video recording, tap recording, interviewing and students' performance analysis. The target group included 4 Pratomsuksa 1 Studnets, Kukam-pittayasan School, participating in the project under Center for Research in Mathematics Education, Faculty of Education, Khon Kaen University, for nearly 4 years. In

this study based on the framework that proposed by Tall&Isoda (2007) to explain 4 steps of compression to thinkable concept in operation arithmetic to same effect of symbolism including a procedure, multi-procedure, process and thinkable concept. Consequently, it based on the frame work that proposed by Poynter (2004) to explain 4 steps of compression to thinkable concept in embodiment also. The research revealed that, the steps of compression into thinkable concept in the students' abstraction process on operation arithemtic is extened from 4 steps to 5 steps in symbolism: revise thinkable concept, which is supported and checked compression to thinkableo concept in embodiment parallel. Especially in step 5 the students revise and check their ways of thinking, they have opportunity to recognize the concept of formation and this concept is built to utilize later for extending mathematical structure.

Keywords: Compression to thinkable concept, Embodiment, Symbolism

บทนำ

ขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองในกระบวนการนามธรรมของนักเรียนบนการดำเนินการการแก้ปัญหาเลขคณิตเป็นแง่มุมหนึ่งของการพิจารณาการทำความเข้าใจการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหา เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มุ่งหวังผลให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเนื้อหาและนับเป็นเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ความต้องการของครูได้คำนึงถึงการสร้างความคิดรวบยอดให้เกิดขึ้นกับนักเรียน และปรารถนาให้นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดด้วยตัวเองอย่างมีความหมายและใคร่รู้ที่จะทำความเข้าใจถึงกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียนจากกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูจัดประสบการณ์เรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งจะช่วยส่งเสริมและพัฒนาให้นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดโดยใช้สถานการณ์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมต่อโลกชีวิตจริงกับโลกคณิตศาสตร์จากการสร้างสถานการณ์ปัญหาให้ใกล้ชิดกับชีวิตจริงของนักเรียนเสมือนนักเรียนกำลังเผชิญอยู่ในสถานการณ์นั้นซึ่งช่วยให้นักเรียนมองภาพปัญหานั้นๆ อย่างเป็นรูปธรรมมากขึ้นรวมทั้งการออกแบบสื่อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์เพื่อสนับสนุนการคิดของนักเรียน ทั้งในการคำนวณ การตรวจสอบคำตอบ และเป็นเครื่องมือในวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ช่วยสนับสนุนการสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียน

เมื่อพิจารณาการสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียนมีแง่มุมเชิงทฤษฎีสอดคล้องกันอย่างสำคัญ ตามแนวคิดของ Skemp (1987) เสนอแนะถึงกระบวนการนามธรรมเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการสร้างความคิดรวบยอด Skemp (1971) พิจารณากระบวนการนามธรรมจากกิจกรรมการคิดเชิงพื้นฐานของมนุษย์ นั่นคือ การรับรู้ (perception) การกระทำ (action) และการสะท้อน (reflection) การพัฒนาแนวคิดที่สอดคล้องกันคือแนวคิดของ Tall (2004) พิจารณาว่า การเติบโตทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอาศัยสองกิจกรรมของการคิดเชิงพื้นฐานของมนุษย์ดังกล่าว นั่นคือ การรับรู้และการกระทำเพื่อพัฒนาไปสู่ความคิดรวบยอด และสอดคล้องกับแนวคิดของ Gray&Tall (2007) อธิบายถึงการรับรู้และการกระทำด้วยกระบวนการนามธรรมทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นผ่านกลไกธรรมชาติการคิดของมนุษย์เพื่อดำเนินการกลั่นแนวคิด (compression) ให้กลายเป็นความคิดรวบ

ยอดที่เรียกว่า "ความคิดรวบยอด (ที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง)" (thinkable concept)

นอกจากนี้ Gray&Tall (2007) เสนอแนะว่าภายใต้กลไกของกระบวนการนามธรรมเป็นผลมาจากการดำเนินการใช้วิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหาเพื่อสร้างความคิดรวบยอด (ที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง) การดำเนินการดังกล่าวทำให้มนุษย์สามารถคิดโดยทั่วไปและคิดอย่างคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการดำเนินการในระดับที่สลับซับซ้อนที่สูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง และเป็นหัวใจสำคัญสู่การพัฒนาศักยภาพของการคิดมากขึ้น Tall (2007a) กล่าวถึงวิธีการใหม่ที่เกี่ยวข้องกันอย่างสำคัญกับครูและผู้วิจัยจะต้องคำนึงถึงแนวคิดดังกล่าว โดยเน้นย้ำถึงในปัจจุบันหลักสูตรคณิตศาสตร์ควรเน้นถึงการพิจารณาในเรื่องการดำเนินการกลั่นแนวคิดให้กลายเป็นความคิดรวบยอด (ที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง) ให้เกิดขึ้นกับนักเรียน แต่ถึงกระนั้นยังไม่มีหลักฐานที่แสดงสิ่งเหล่านี้อย่างชัดเจน ดังนั้น นักวิจัยและนักการศึกษาจำเป็นต้องศึกษาทำความเข้าใจสิ่งเหล่านี้และแสดงสิ่งเหล่านี้ให้เห็นออกมาเป็นรูปธรรมมากขึ้นเพื่อสร้างความเข้าใจให้กับครู นักเรียน ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาต่อไป (Tall, 2007a)

แนวคิดที่สอดคล้องและสำคัญในการพิจารณากระบวนการนามธรรมของนักเรียน คือแนวคิดที่สอดคล้องกับวิธีการในการหาคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้มาจากการพิจารณาสิ่งที่ควบคู่กันของสัญลักษณ์ในการคำนวณที่เป็นทั้งกระบวนการจากการใช้วิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหาและความคิดรวบยอดที่ถูกสร้างขึ้นจากการแก้ปัญหาโดยการดำเนินการกลั่นแนวคิดจากการคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์ (Gray&Tall, 1994) และ Tall (2004) เสนอแนะถึง ณ ขณะนี้การเปลี่ยนแปลงจากวิธีการสู่กระบวนการสู่ความคิดรวบยอดมักจะไม่สามารถถูกสร้างอย่างชัดเจนหรือไม่สามารถสังเกตได้โดยง่าย ดังนั้นแนวคิดที่มองเห็นเป็นรูปธรรมและสอดคล้องกันคือ แนวคิดของ Tall&Isoda (2007) อธิบายถึงขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดผ่าน 4 ลำดับขั้นของวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไปสู่ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น แนวคิดดังกล่าวมีรากฐานมาจากแนวคิดของ Tall (2006) กล่าวถึงการดำเนินการกลั่นแนวคิดให้กลายเป็นความคิดรวบยอด (ที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง) ผ่านการดำเนินการ 5 ลำดับที่ต่อเนื่องกัน (โดยจะกล่าวต่อไป)

ชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) โดยบูรณาการเข้าด้วยกัน เป็นรูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนการสอนที่มีความเฉพาะเพื่อพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงการขับเคลื่อนการสอนเพื่อการวิเคราะห์และการสร้างชั้นเรียน ตามแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์และคณะ (2550) เสนอแนะถึงการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) มีเป้าหมายเพื่อการพัฒนาและปรับปรุงบทเรียนในบริบทของห้องเรียนจริง มุ่งเน้นถึงการกำหนดการเปลี่ยนแปลงที่ต้องการให้เกิดขึ้นเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 3 ขั้น คือ ขั้นการสร้างแผนการสอนร่วมกัน ขั้นการสังเกตชั้นเรียนร่วมกันและขั้นสะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน รวมถึงการสร้างสถานการณ์ปัญหา การออกแบบสื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อสนับสนุนการคิดและการแก้ปัญหาของนักเรียน และเน้นถึงการลำดับการสอนในห้องเรียนของครูตามแนวคิดของ Inprasitha et al (2010) ในฐานะเป็นวิธีการสอนเพื่อการดำเนินการจัดกิจกรรมในห้องเรียนประกอบด้วย 4 ขั้น คือ ขั้นนำเสนอปัญหา ขั้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยการแก้ปัญหา ขั้นการอภิปรายร่วมกันหน้าชั้นเรียน และขั้นสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน การดำเนินการสอนดังกล่าวผลักดันให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองและนำไปสู่ความเข้าใจสาระสำคัญต่างๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา

อีกทั้งจากความคิดเห็นของครู 4 โรงเรียนในโครงการของศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษา

ศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่นที่เข้าร่วมโครงการพัฒนาวิชาชีพครูด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและการวิธีการแบบเปิดมาเป็นเวลา 5 ปี เกี่ยวกับการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูเหล่านี้คำนึงถึงการสร้างความคิดรวบยอดให้เกิดขึ้นกับนักเรียนของพวกเขา และปรารถนาให้นักเรียนของพวกเขาสร้างความคิดรวบยอดด้วยตนเองอย่างมีความหมายด้วยเช่นกัน จากการใช้สถานการณ์ปัญหาที่เน้นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์มาก่อนในชีวิตประจำวัน รวมทั้งการออกแบบสื่อและอุปกรณ์ที่นักเรียนสามารถจับต้อง สัมผัส และเป็นสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคยเพื่อให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาและสนับสนุนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการคำนวณเชิงสัญลักษณ์

สอดคล้องกับแนวคิดของ Inprasitha (1997; Shimada&Becker, 1997) อธิบายถึงการใช้สถานการณ์ปัญหาผลักดันให้เกิดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์และทำให้เกิดความเชื่อมต่อกันระหว่างโลกชีวิตจริงกับโลกคณิตศาสตร์ นัยนี้ Nohda (1998) กล่าวว่า กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ถูกพิจารณาเป็นกิจกรรมในกระบวนการนามธรรมจากประสบการณ์เชิงรูปธรรมจากโลกชีวิตจริงสู่โลกคณิตศาสตร์ และในทางกลับกันกระบวนการนามธรรมก็ทำหน้าที่เชื่อมต่อโลกทั้งสองนี้ การศึกษานี้จึงถูกกำหนดขึ้นภายใต้บริบทของการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด(Open Approach) ผลักดันให้เกิดการวางแผนการสอนโดยใช้สถานการณ์ปัญหาในโลกชีวิตจริงเป็นตัวขับเคลื่อนให้นักเรียนแสดงวิธีคิด และเน้นการใช้สื่อและอุปกรณ์ซึ่งถูกออกแบบเพื่อสนับสนุนการคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนในขณะทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

แนวคิดหนึ่งที่สำคัญเพื่อศึกษาความคิดรวบยอดของนักเรียนจากการดำเนินการกับวัตถุเชิงกายภาพซึ่งเป็นรูปธรรมและการคิดคำนวนเชิงสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม คือแนวคิดของ Poynter (2004) เสนอแนะถึงการกระทำกับวัตถุเชิงกายภาพเพื่อสนับสนุนการคิดเชิงสัญลักษณ์โดยมีการดำเนินการกลั่นแนวคิดจากการกระทำต่างๆ ของวัตถุเชิงกายภาพไปสู่รูปแบบที่เหมือนกันกับการคิดคำนวนเพื่อให้ได้ผลที่เกิดขึ้นของการกระทำเหมือนกันและนำไปสู่ความคิดรวบยอดในท้ายที่สุด สอดคล้องกับแนวคิดของ Tall (2007a) กล่าวว่าการดำเนินการกลั่นแนวคิดมีทั้งในรูปธรรมและนามธรรมซึ่งเกิดขึ้นในลักษณะที่คู่ขนานไปสู่ความคิดรวบยอด และ Tall (2007b) เสนอแนะถึง การศึกษาชั้นเรียนทำให้นักเรียนเกิดการดำเนินการกลั่นแนวคิดให้กลายเป็นความคิดรวบยอดได้ นอกเหนือจากนี้ Tall (2008) กล่าวถึงชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนมีการบูรณาการทั้งรูปธรรมและนามธรรมเพื่อให้นักเรียนคิดและสนับสนุนการคิดของนักเรียนไปสู่ความคิดรวบยอด Tall (2007b) เสนอแนะถึงการพัฒนาที่คู่ขนานของความเป็นรูปธรรมและนามธรรม ซึ่งก่อให้เกิดกรอบงานวิจัยระยะยาวสำหรับการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ในโรงเรียนและการศึกษาความคิดรวบยอดของนักเรียน

จากแนวคิดจากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษากระบวนการนามธรรมของนักเรียนผ่านการดำเนินการกลั่นแนวคิดจากวิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหาไปสู่ความคิดรวบยอด เน้นการพิจารณาหลักฐานเชิงประจักษ์และการศึกษาผ่านกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีภายใต้บริบทของการศึกษาชั้นเรียน (lesson Study) และการใช้วิธีการแบบเปิด (open approach) โดยใช้สถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนแสดงวิธีคิด ตามที่ Inprasitha (1997) กล่าวว่าสถานการณ์ปัญหาเป็นตัวขับเคลื่อนให้เกิดการเปลี่ยนแปลงปัญหาจากโลกชีวิตจริงของนักเรียนไปสู่ปัญหาในโลกคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนคิดคำนวณในการแก้ปัญหาโดยเฉพาะตำแหน่งที่นักเรียนใช้วิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหาไปสู่ความคิดรวบยอดได้อย่างไร จากการวิเคราะห์ขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้

ด้วยตนเองในกระบวนการนามธรรมของนักเรียนจากการบูรณาการรูปธรรมและนามธรรม

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อวิเคราะห์ขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองในกระบวนการนามธรรมจากการบูรณาการรูปธรรมและนามธรรม

วิธีการวิจัย

ผู้วิจัยใช้ระเบียบวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ (Qualitative Research) สำหรับเก็บรวบรวมข้อมูลในฐานะผู้สังเกตแบบมีส่วนร่วมในบริบทการใช้การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) เพื่อเรียนรู้และอธิบายวัฒนธรรมในการจัดการเรียนการสอนเป็นระยะเวลา 4 ปี (ตั้งแต่ปีการศึกษา 2550-2553 ปีการศึกษา 2550 ทำการศึกษาเพื่อเรียนรู้การจัดการเรียนการสอนของโรงเรียนกลุ่มเป้าหมาย ปีการศึกษา 2551 ผู้วิจัยทำการศึกษาเพื่อเรียนรู้ธรรมชาติการคิดของนักเรียนในชั้นเรียนประถมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2552 ผู้วิจัยทำการศึกษาเพื่อสร้างสมมุติฐานการวิจัย และปีการศึกษา 2553 ผู้วิจัยทำการศึกษาเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ผลการวิจัย) พื้นที่ในการศึกษาครั้งนี้ เป็น 1 ใน 4 โรงเรียนซึ่งอยู่ภายใต้โครงการของศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ซึ่งเข้าร่วมโครงการมาเป็นเวลา 5 ปี เป็นโรงเรียนขยายโอกาสขนาดเล็ก มีการใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ครบทุกชั้นเรียน ห้องเรียนที่ใช้ศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยและทีมนักวิจัยเข้าร่วมการดำเนินการสังเกตแบบมีส่วนร่วมตลอดทั้ง 3 ขั้นตอนของการศึกษาชั้นเรียนเพื่อทำการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

ในขั้นของการทำแผนการสอนจะแบ่งออกเป็น 2 ช่วงคือ คือช่วงก่อนเปิดภาคเรียน และช่วงระหว่างเปิดภาคเรียน ในช่วงก่อนเปิดภาคเรียนมีครูผู้สอน ครูผู้สังเกต นักศึกษาฝึกปฏิบัติการสอน ทีมนักวิจัย เข้าร่วมการเขียนแผน ซึ่งเป็นการเขียนแผนในระดับหน่วยการเรียนรู้ การวางแผนรายคาบ กิจกรรมการเรียนการสอน วัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ รวมทั้งตัวสถานการณ์ปัญหาประกอบกับการใช้หนังสือเรียนญี่ปุ่น และเป็นการเขียนแผนการสอนร่วมกันของทั้ง 4 โรงเรียน ในช่วงระหว่างเปิดภาคเรียนเป็นการเขียนแผนในแต่ละโรงเรียน โรงเรียนที่ทำการศึกษามีการเขียนแผนร่วมกันทุกวันอังคาร มีครูผู้สอน ครูผู้สังเกตการณ์สอน นักศึกษาฝึกปฏิบัติการสอน ทีมนักวิจัย และผู้บริหารโรงเรียนร่วมเขียนแผน มีการนำแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ความรู้พื้นฐานของนักเรียน ประสบการณ์ของนักเรียน รวมถึงการคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนมาเป็นตัวผลักดันเพื่อสร้างกิจกรรมคณิตศาสตร์ เน้นการใช้สถานการณ์ปัญหาในโลกชีวิตจริงหรือสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย มีการใช้ตัวคำสั่งที่ให้กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดในขณะทำกิจกรรมคณิตศาสตร์ และสร้างสื่อการสอนและทำสื่อการสอนร่วมกัน รวมถึงการวางแผนวิธีการสอนในห้องเรียนซึ่งเน้นการใช้ 4 ขั้นตอนของการดำเนินการสอน คือ ขั้นการนำเสนอปัญหาให้กับนักเรียน ขั้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยการแก้ปัญหา ขั้นการอภิปรายหน้าชั้นเรียน และขั้นสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน โดยข้อมูลจากการเขียนแผนผู้วิจัยทำการบันทึกและอัดเสียงเพื่อนำไปวิเคราะห์ผลร่วมกับขั้นอื่นๆ ต่อไป

ในขั้นของการสอน ครูผู้สอนทำหน้าที่การสอนของตนเองในห้องเรียนจากที่ได้ทำการวางแผนการสอนไว้ร่วมกัน โดยเน้นความสำคัญของผู้เรียนให้นักเรียนได้มีเวลาคิดและนำเสนอผลงานของตนเองหน้าชั้นเรียน การเดินดูแนวคิดของนักเรียน การกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีคิด รวมถึงการดึงวิธีคิดของนักเรียน

เพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยเน้นการใช้สื่อที่นักเรียนคุ้นเคย และสามารถจับต้องได้เพื่อให้นักเรียนคิด จากสถานการณ์ปัญหาและตัวคำสั่ง ขั้นนี้ ทีมผู้สังเกต (ครูผู้สังเกต นักศึกษาฝึกปฏิบัติการสอน ทีมนักวิจัย) ได้เข้าทำการสังเกตนักเรียนในห้องโดยเน้นการสังเกตสิ่งที่นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา จากสิ่งที่นักเรียนพูดและสิ่งที่นักเรียนทำ และเข้าสังเกตตลอดคาบเรียน พร้อมกับอุปกรณ์การเก็บข้อมูลในฉากการสอนนี้ โดยการสังเกตตาม 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด และอาศัยเครื่องมือในการวิเคราะห์ ซึ่งจะกล่าวต่อไป

ในขั้นของการสะท้อนผล ครูผู้สังเกต ครูผู้สอน นักศึกษาฝึกปฏิบัติการสอน ทีมนักวิจัย ผู้บริหารโรงเรียน เข้าร่วมสะท้อนผล จากการเข้าสังเกตการณ์สอน โดยเริ่มต้นตั้งแต่การสะท้อนผลของชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 เริ่มจากครูผู้สอน ครูผู้สังเกต นักศึกษาฝึกปฏิบัติการสอน ทีมนักวิจัย ผู้ประสานงานโรงเรียน ผู้บริหาร และผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งเป็นการสะท้อนผลในแต่ละชั้นเรียน ประเด็นในการสะท้อนผลคือ แนวคิดของนักเรียน ผลงานของนักเรียน แนวคิดของนักเรียนที่แปลกใหม่ สิ่งที่ได้คาดการณ์ถึงแนวคิดของนักเรียนเกิดขึ้นหรือไม่ โดยผู้วิจัยบันทึกข้อมูลของการสะท้อนผลเพื่อนำไปวิเคราะห์ อาศัยการอัดเสียงและการบันทึกภาพจากวีดิทัศน์ประกอบตลอดระยะเวลาของการสะท้อนผล

การดำเนินการเก็บข้อมูลเพื่อให้เห็นวิธีคิด และการดำเนินการกลั่นแนวคิดเพื่อสร้างความคิดรวบยอดในกระบวนการนามธรรมของนักเรียน ใช้การวิเคราะห์สิ่งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในขั้นของการสังเกตการสอนร่วมกัน การบันทึกวีดิโอ ประกอบกับใช้บันทึกภาคสนาม ภาพถ่าย การสัมภาษณ์พยานในฉากการสอน (ครูผู้สอน ครูผู้สังเกตการณ์สอนและนักศึกษาฝึกปฏิบัติการสอน) และการวิเคราะห์ผลงานของนักเรียนเพื่อวิเคราะห์อธิบายตีความหมายจากสิ่งที่นักเรียนพูดและสิ่งที่นักเรียนทำ (conceptual analysis) กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 4 คน ข้อมูลที่ได้ทำการวิเคราะห์มีการตรวจสอบแบบสามเส้า (triangulation) คือ ข้อมูลจากการสังเกตชั้นเรียน ข้อมูลจากการถอดโปรโตคอล และข้อมูลจากการสัมภาษณ์ผู้สอนรวมถึงการวิเคราะห์ผลงานของนักเรียน ในส่วนการวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนนั้น ผู้วิจัยยกตัวอย่างการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา 1 สถานการณ์ปัญหาเรื่อง “ขึ้นรถไฟไปเที่ยว” (9+5-7=7) ในการศึกษาข้อมูลจากการจัดการเรียนการสอนตามปกติ สถานการณ์ปัญหานี้ เป็นกิจกรรมการสอนในการนำความรู้เรื่องการบวกและการลบมาใช้ทำให้สามารถตรวจสอบเครื่องมือและวิธีการคิดที่นักเรียนเรียนมาแล้ว และพิจารณาว่านักเรียนนำความรู้และวิธีการคิดจากเรื่องการบวก และลบมาใช้อย่างไร ซึ่งครูนำสถานการณ์ปัญหานี้มาจากการร่วมเขียนแผนกับทีมเขียนแผนซึ่งได้กล่าวมาแล้วตั้งแต่ต้น และใช้วิธีการแบบเปิดเพื่อผลักดันให้นักเรียนสร้างความคิดรวบยอด การดำเนินการเก็บข้อมูลดำเนินการดังนี้ 1) ผู้วิจัยนำข้อมูลจากการสังเกตการณ์สอนร่วมกัน อาศัยการสังเกต การบันทึกภาคสนาม การถ่ายภาพ การถ่ายวีดิโอ จากการสังเกตสิ่งที่นักเรียนพูดและสิ่งที่นักเรียนทำ และนำมาวิเคราะห์ พร้อมกับการพิจารณาผลงานของนักเรียนประกอบการวิเคราะห์และการวิเคราะห์ข้อมูลแบบสามเส้า ดังได้กล่าวมาแล้วในตอนต้น 2) นำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีของ Tall&Isoda (2007) จากวิธีการต่างๆ ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีความสอดคล้องกับขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดในกระบวนการนามธรรม และแนวคิดของ Poynter (2004) จากการวิเคราะห์หลักฐานเชิงประจักษ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด และการวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ 1) การวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนในแก้ปัญหา 2) การวิเคราะห์ลำดับขั้นตอนการดำเนิน

การกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองในกระบวนการนามธรรม 3) การสร้างกรอบแนวคิดการพิจารณาตำแหน่งความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดในกระบวนการนามธรรมของนักเรียนจากการบูรณาการรูปธรรมและนามธรรม

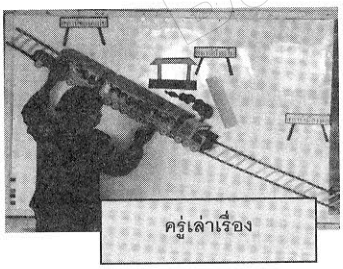
การวิเคราะห์และผลการวิจัย

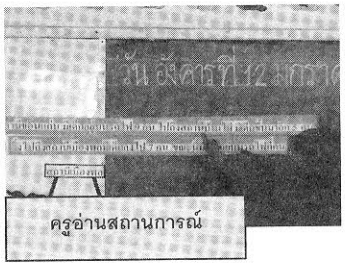
ตัวอย่างการวิเคราะห์กิจกรรมชั้นเรียน ป. 1 เรื่อง "ขึ้นรถไฟไปเที่ยว" ครูเล่าเรื่องสถานการณ์ปัญหาวันนี้ครูจะพานักเรียนไปเที่ยวโดยขึ้นรถไฟ และติดตัวคำสั่งบนกระดานเพื่อให้นักเรียนอ่านพร้อมกัน ดังนี้ "สถานีขอนแก่นมีเด็กอยู่บนรถไฟ 9 คน ไปถึงสถานีบ้านไผ่มีเด็กขึ้นมาอีก 5 คน วิ่งไปถึงสถานีเมืองพลมีเด็กลงไป 7 คน ขณะนี้มีเด็กอยู่บนรถไฟกี่คน" อุปกรณ์คือ กระดาษพรู๊ฟเพื่อให้นักเรียนบันทึกวิธีคิด ภาพรถไฟที่วิ่งบนลานกระดาษ และภาพนักเรียนในชั้นเรียนแทนนักเรียนแต่ละคนบนรถไฟ

ความรู้พื้นฐานของนักเรียนคือ นักเรียนสามารถสร้าง 10 จากการแยกจำนวน (decomposing) และรวมจำนวน (composing) มาแล้ว โดยใช้ไดอะแกรมเป็นเครื่องมือช่วยในการคิด สถานการณ์นี้เน้น การเขียนประโยคสัญลักษณ์ การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่มีทั้งบวกและลบ และอาศัยไดอะแกรมเป็นเครื่องมือในการคิด และนำ 10 มาใช้เป็นฐานการคิด การวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนอาศัยกรอบการวิเคราะห์ ดังนี้ 1) เพื่อวิเคราะห์การดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองอาศัยแนวคิดของ Tall&Isoda (2007) เพื่อวิเคราะห์การดำเนินการกลั่นแนวคิดจากการคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์ และการดำเนินการกลั่นแนวคิดตามแนวคิดของ Poynter (2004) เพื่อวิเคราะห์การดำเนินการกลั่นแนวคิดจากการดำเนินการกับสื่อหรือวัตถุเชิงกายภาพ

สถานการณ์ปัญหา "ขึ้นรถไฟไปเที่ยว" เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ใกล้ชิดกับชีวิตประจำวันของ

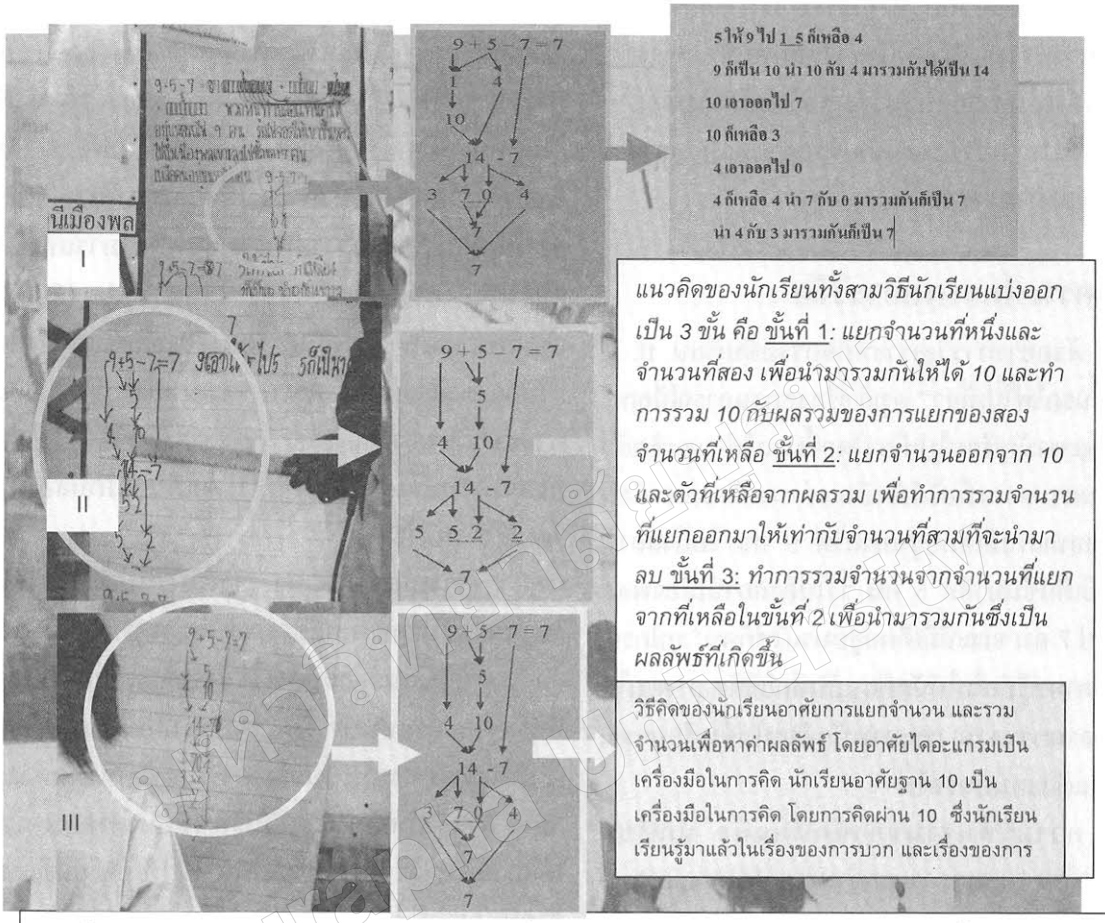
นักเรียน และมีการใช้สื่ออุปกรณ์ในการสอนที่เป็นรูปภาพแทนนักเรียนแต่ละคนเสมือนนักเรียนเข้าไปนั่งอยู่บนรถไฟนั้นจริง ๆ ตัวสื่อช่วยดึงดูดความสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ ภายใต้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดนี้ ทำให้นักเรียนคิดหาคำตอบอย่างมีความหมาย





นักเรียนอาศัยฐาน 10 ในวิธีการคิดและใช้ไดอะแกรมเป็นเครื่องมือช่วยในการคิด โดยคำตอบที่ได้มีค่าเท่ากัน วิธีการคิดของนักเรียนใช้การแยกจำนวนของตัวตั้งบวก (จำนวนที่หนึ่ง) และตัวบวก (จำนวนที่สอง) และรวมจำนวนจากการแยกจำนวนทั้งสองเพื่อสร้าง 10 และแยก 10 เพื่อทำการลบกับตัวลบ (จำนวนที่สาม) เพื่อหาค่าผลลัพธ์ นักเรียนเข้าใจเครื่องหมาย + แสดงถึงการบวกหรือรวมจากสิ่งที่มีอยู่ เครื่องหมาย - แสดงถึงการหักออกจากสิ่งที่มีอยู่ โดยพิจารณาได้จากประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนสร้างขึ้น (9+5-7=7) ในช่วงสุดท้ายมีการตรวจสอบคำตอบโดยการหยิบตัวสื่อตามประโยคสัญลักษณ์ซึ่งคำตอบที่ได้คือ 7 (ดังการวิเคราะห์ตามแผนภาพที่ 1)

1) การวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนในแก้ปัญหา



รูปที่ 1. การคิดของนักเรียนโดยการใช้ไดอะแกรมเพื่อแยกจำนวน รวมจำนวน และรวมจำนวนอีกครั้ง โดยคิดผ่าน 10

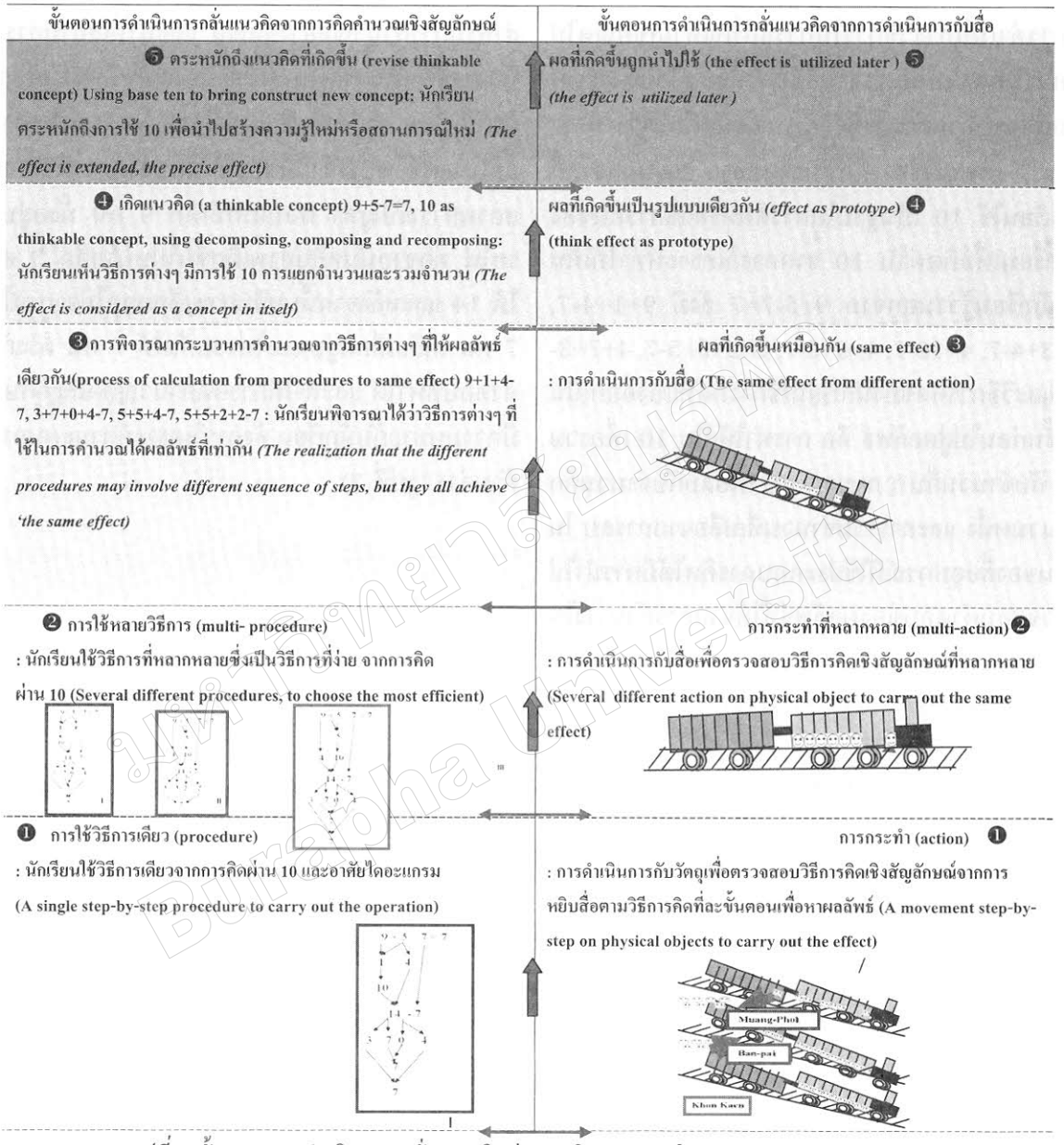
การคำนวณการดำเนินการของจำนวนในรูปของสัญลักษณ์โดยการลบและการบวกของสถานการณ์ขึ้นรถไฟ และลงรถไฟเป็นการดำเนินการที่มีประสิทธิภาพมากขึ้นโดยเน้นการดำเนินการทางจำนวน ซึ่งไม่ใช่แค่รู้วิธีการที่หลากหลายในการคำนวณ แต่ยังหมายถึงการแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้นสำหรับนักเรียน โดยการเลือกวิธีการที่มีประสิทธิภาพและแนวทางในการแก้ปัญหาที่มีความหมายของการหาคำตอบของจำนวน

จากการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่า นักเรียนคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์และอาศัยการดำเนินการกับสื่อในการสนับสนุนและส่งเสริมแนวคิดของนักเรียน จากการใช้วิธีการเริ่มต้นในการแก้ปัญหาผลักดันให้นักเรียนใช้วิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนตระหนักหรือพิจารณาได้ว่าวิธีการต่างๆ ที่แตกต่างกันให้ผลลัพธ์เดียวกันและสิ่งที่สำคัญคือนักเรียนนำแนวคิดอาศัย 10 และไดอะแกรมเป็นเครื่องมือเพื่อการคำนวณและเป็นวิธีการที่นักเรียนนำไปใช้ในการขยายความรู้ของเนื้อหาใหม่ต่อไป และจากการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่านักเรียนสร้างความคิดรวบยอดหรือเกิดแนวคิดที่สำคัญเพื่อนำไปคำนวณในเชิงสัญลักษณ์ต่อไป โดยอาศัยเครื่องมือจากวิธีการแก้ปัญหาซึ่งนำไปใช้แก้ปัญหาเรื่องอื่น

2) การวิเคราะห์ลำดับขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเองในกระบวนการนามธรรม

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

จากแนวคิดดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการดำเนินการวิธีการในการแก้ปัญหาเลขคณิตไปสู่ความคิดรวบยอด จากวิธีการทั้งสามวิธีซึ่งทำให้นักเรียนหาค่าผลลัพธ์เดียวกัน และนักเรียนรู้ว่า 9+5-7 = 7 มาจากวิธีการคิดที่หลากหลาย และนอกจากนี้นักเรียนใช้ 10 เป็นฐานในการคิดหรือวิธีการคิดของนักเรียนเพื่อคิดผ่าน 10 จากการวิเคราะห์ทำให้เห็นว่านักเรียนรู้ว่านอกจาก 9+5-7=7 ยังมี 9+1+4-7, 7+3+4-7, 4+10-7, 4+5+5-7, 2+2+5+5-7, 4+7+3-7 และวิธีการคิดของนักเรียนใช้การคิดที่แบ่งออกเป็น 3 ขั้นก่อนไปสู่ผลลัพธ์ คือ การทำให้เป็น 10 เพื่อรวม 10 กับจำนวนอื่นๆ การแยก 10 เพื่อลบกับจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง และการรวมจำนวนที่เหลือจากการลบ ในส่วนของสื่ออุปกรณ์ที่ใช้ประกอบการคิดได้มีการนำไปตรวจสอบคำตอบของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในช่วงสุดท้ายของคาบเรียนซึ่งแสดงให้เห็นการดำเนินการสำหรับการคำนวณอย่างชัดเจน และทำให้สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคิดในเชิงสัญลักษณ์นั้นมีความหมายกับนักเรียน ทำให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ในโลกชีวิตประจำวันของนักเรียนจากการพิจารณาสถานการณ์ปัญหา ตอนแรกมีเด็ก 9 คน นั่งอยู่บนรถไฟ ต่อจากนั้นหยิบภาพเด็กขึ้นไปบนรถอีก 5 คน ได้ 14 และหลังจากนั้นหยิบภาพเด็กออกไปจากรถไฟ 7 คน เหลือเด็กอยู่บนรถไฟรวมกันได้ 7 คน ตรงกับคำตอบที่หาได้ และทำให้การคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์มีความหมายกับนักเรียน ดังการวิเคราะห์ตามแผนภาพด้านล่าง (รูปที่ 2)



รูปที่ 2. ขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดในกระบวนการนามธรรม

โดยลำดับขั้นตอนของการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดจากวิธีการต่าง ๆที่ใช้ในการแก้ปัญหาการดำเนินการทางจำนวนของการบวกและลบ ซึ่งถูกสนับสนุนด้วยการกระทำกับวัตถุเชิงกายภาพ มีดังนี้ คือ

1. นักเรียนใช้วิธีการเดียวในการหาผลลัพธ์อาศัยไดอะแกรมเพื่อแยกจำนวน (decomposing) แล้วนำจำนวนมารวม (composing) เพื่อทำให้เป็น 10 แล้วรวมจำนวนอีกครั้งหนึ่ง (recomposing) โดยทำการรวม 10 กับจำนวนอื่น ๆ และทำการแยกจำนวนอีกครั้งหนึ่ง เพื่อแยก 10 ให้มีค่าเท่ากับจำนวนที่ต้องการลบ

(decomposing) แล้วนำคำตอบที่ได้มารวมกันอีกครั้งหนึ่ง (recomposing) เพื่อให้เป็นผลลัพธ์ โดยแนวคิดที่ได้สอดคล้องกับ แนวคิดของ Gray&Tall (1994) ที่กล่าวถึงสัญลักษณ์ที่แตกต่างกันและกระบวนการที่แตกต่างกันให้แนวคิดเดียวกัน โดยที่สัญลักษณ์ที่นำเสนอแนวคิดเดียวกันพิจารณาถึง การรวมจำนวน (composing) และการแยกจำนวน (decomposing) และการรวมจำนวนอีกครั้งหนึ่ง (recomposing)

2. นักเรียนใช้รูปแบบเดียวกันกับข้อ 1 ในการหาค่าผลลัพธ์ แต่แตกต่างกันจากจำนวนที่นำมาแยกและรวม เพื่อสร้าง 10 และการแยกจำนวนออกจาก 10 เพื่อนำไปลบ แล้วรวมจำนวนเพื่อหาคำตอบต่อไป ซึ่งเป็นวิธีที่แตกต่างกัน

3. นักเรียนพิจารณาได้ว่าวิธีการต่าง ๆ ที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาเลขคณิตให้ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นเหมือนกัน โดยวิธีการต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นทำให้นักเรียนตรวจสอบผลลัพธ์ว่าเท่ากัน และพิจารณาได้ว่าวิธีการต่าง ๆ ที่ใช้แก้ปัญหาได้คำตอบที่เท่ากัน และพิจารณาถึงแนวทางในการแก้ปัญหาโดยเลือกวิธีการที่เห็นว่าหาค่าผลลัพธ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและง่ายในการแก้ปัญหา

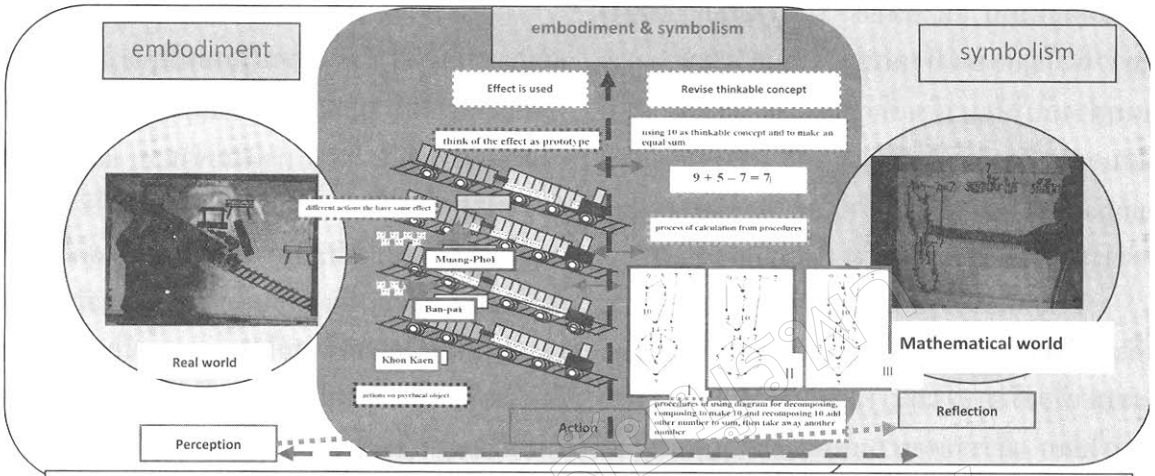
4. นักเรียนเกิดแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและแสดงผลที่เกิดขึ้นเดียวกันนี้จากวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเลขคณิต และนักเรียนรู้ว่า แนวคิดที่นำไปหาคำตอบที่ต้องการในที่นี้คือ การทำให้เป็น 10 โดยอาศัยการแยกจำนวน การรวมจำนวน และการรวมจำนวนอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งเป็นวิธีการในการหาคำตอบหรือเครื่องมือที่ง่ายสำหรับนักเรียนในการแก้ปัญหาหรือหาผลลัพธ์ที่ถูกนำไปใช้ต่อ ในที่นี้ 10 ถูกพิจารณาว่าเป็นเครื่องมือในการสร้างความคิดรวบยอดและเป็นความคิดรวบยอดที่นักเรียนสามารถคิดได้ด้วยตนเอง ตามแนวคิดของ Howat (2005) อธิบายว่า 10 เป็นความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง (thinkable concept) และถ้านักเรียนมีแนวคิดนี้เกิดขึ้นส่งผลต่อความเข้าใจค่าประจำหลักทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5. นักเรียนตระหนักได้ว่าแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหานี้นำไปใช้สร้างความรู้ใหม่หรือขยายโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนนำแนวคิดของการทำให้เป็น 10 การแยกจำนวน การรวมจำนวน และการรวมจำนวนอีกครั้งหนึ่ง มาใช้ เป็นเครื่องมือที่ใช้ได้อย่างคล่องแคล่วและมีประสิทธิภาพ การศึกษานี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนนำความรู้การเรียนเรื่องที่ผ่านมาแล้วและนำแนวคิดมาใช้เพื่อหาคำตอบในสถานการณ์ใหม่ เป็นการยืนยันได้ว่า นักเรียนนำแนวคิดที่ได้ไปใช้สร้างความรู้ใหม่หรือขยายโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

วิธีการที่นักเรียนคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์ นักเรียนมีการดำเนินการกับสื่อเพื่อสนับสนุนและตรวจสอบแนวคิดการคำนวณเชิงสัญลักษณ์ของนักเรียนอย่างเป็นขั้นเป็นตอนและการดำเนินการกับสื่อให้ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นเป็นรูปแบบเดียวกัน นั่นคือ ใช้การกระทำเดียวใช้การกระทำที่หลากหลายซึ่งได้ผลที่เกิดขึ้นเหมือนกันและผลที่เกิดขึ้นเป็นรูปแบบเดียวกัน และผลที่เกิดขึ้นถูกนำไปใช้ต่อ

จากการศึกษาแสดงให้เห็นว่า นักเรียนสร้าง 10 เพื่อใช้อย่างมีเป้าหมายในการบวกและการลบจำนวนและใช้เป็นเครื่องมือในหาคำตอบ โดยใช้วิธีการแยกจำนวน รวมจำนวน และรวมจำนวนอีกครั้งหนึ่ง ตามแนวคิดของ Gray&Tall (1994) เสนอแนะถึง วิธีการคิดของนักเรียนถูกดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอด จากการดำเนินการของกระบวนการการคิดคำนวณไปสู่แนวคิดที่เกิดขึ้น ตามแนวคิดของ Tall&Isoda (2007) กล่าวถึงวิธีการต่าง ๆ ที่ใช้สู่แนวคิดที่สำคัญจากการแก้ปัญหาและใช้วิธีการต่าง ๆ ที่หลากหลายโดยตระหนักถึงวิธีการต่าง ๆ ไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียน

3) การสร้างกรอบแนวคิดการพิจารณาตำแหน่งความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดในกระบวนการนามธรรมของนักเรียนจากการบูรณาการรูปธรรมและนามธรรม



ภาพที่ 3. กระบวนการนามธรรมของนักเรียนโดยเน้นการดำเนินการกลั่นแนวคิดไปสู่ความคิดรวบยอดจากการบูรณาการโลกเชิงกายภาพและโลกเชิงสัญลักษณ์

จากการศึกษาแสดงให้เห็นว่านักเรียนดำเนินการคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์และการตรวจสอบโดยการใช้สื่อเป็นไปตามลำดับขั้นและเกิดการทำงานที่คู่ขนานกันตามขั้นตอนต่างๆ ของวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังแสดงให้เห็นจากการวิเคราะห์ดังตารางข้างต้น และสอดคล้องกับแนวคิดของ Tall (2007a) กล่าวถึงการดำเนินการกลั่นแนวคิดให้กลายเป็นความคิดรวบยอดเกิดจากการทำงานที่คู่ขนานกันของรูปธรรมและนามธรรม การที่นักเรียนมีการดำเนินการกับสื่อเป็นสิ่งที่สำคัญในการสนับสนุนการคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์และตรวจสอบการคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์ให้กับนักเรียน ซึ่งก่อให้เกิดการบูรณาการรูปธรรมและนามธรรม โดยสื่อทำให้การคิดเชิงสัญลักษณ์ของนักเรียนมีความหมายและทำให้เกิดความคล่องแคล่วและเกิดประสิทธิภาพในการคิดคำนวณ

ความคิดรวบยอดของนักเรียนในช่วงของการดำเนินการกลั่นแนวคิดมีการใช้สื่ออุปกรณ์ซึ่งถูกออกแบบมาจากสถานการณ์ปัญหาในโลกชีวิตจริงเพื่อสนับสนุนการคิดคำนวณในเชิงสัญลักษณ์ ทำให้สถานการณ์ปัญหาในโลกชีวิตจริงมีความหมายสำหรับการคำนวณในโลกเชิงสัญลักษณ์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Poynter (2004) และแนวคิดของ Tall (2007a) กล่าวถึง การกระทำกับวัตถุที่เราสามารถมองเห็นเพื่อการจัดกระทำนำมาสู่การคิดคำนวณอย่างมีความหมายเป็นการสร้างที่บูรณาการกันของรูปธรรมและนามธรรม

ข้อสรุปและการอภิปรายผล

ขั้นตอนการดำเนินการกลั่นแนวคิดสู่ความคิดรวบยอดในกระบวนการนามธรรมของนักเรียนในฐานะเป็นการดำเนินการผ่านขั้นตอนต่างๆ ที่สูงขึ้นอย่างต่อเนื่องในการคำนวณและอาศัยวิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหา เกิดขึ้นในช่วงของการดำเนินการแก้ปัญหาเลขคณิต ความคิดรวบยอดของนักเรียนเกิดขึ้นในขั้นที่ 4 ของการดำเนินการกลั่นแนวคิด หรืออาจกล่าวได้ว่า ความคิดความคิดรวบยอดถูกสร้างผ่านการดำเนินการกลั่นแนวคิดเพื่อทำให้เกิดแนวคิดสำคัญที่ถูกขยายและนำไปใช้ต่อ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนการใช้วิธีการเดียว ขั้นตอนการใช้วิธีการที่หลากหลาย ขั้นตอนกระบวนการ ขั้นเกิดแนวคิดและนำแนวคิดไป

ใช้ และขั้นตระหนักถึงแนวคิดที่นำไปใช้ต่อ เป็นผลมาจากการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยนักเรียนใช้วิธีการเดียวจนสำเร็จ จึงเป็นแรงผลักดันให้ใช้วิธีการอื่นๆ ในการแก้ปัญหาเลขคณิตและพิจารณาได้ว่าวิธีการต่างๆ ในการคำนวณให้ผลลัพธ์เดียวกัน และเมื่อเสร็จสิ้นกระบวนการดังกล่าวนักเรียนมีการตรวจสอบผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทั้งการดำเนินการกับสื่อ การคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์ ในส่วนของการดำเนินการกับสื่อมีการดำเนินการกลั่นแนวคิดที่คู่ขนานกันกับการดำเนินการคิดคำนวณในเชิงสัญลักษณ์ นอกจากนี้นักเรียนใช้ 10 เป็น เครื่องมือในการแก้ปัญหาหรือหาผลลัพธ์ การหาผลบวกและผลต่างของจำนวน และใช้เป็นเครื่องมือในการคิดแทนการนับของการหาผลลัพธ์จำนวนเต็มที่มากกว่า 10 นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของการทำให้เป็น 10 สอดคล้องกับงานวิจัยของ Howat (2005) ที่กล่าวถึงนักเรียนจะไม่สามารถจัดการกับค่าประจำหลักได้ถ้านักเรียนไม่สามารถสร้างแนวคิดของ 10 ในฐานะที่เป็นความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง ดังนั้น จึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจต่อไปถึงการพิจารณาความสัมพันธ์การใช้ 10 เป็นเครื่องมือในการคิดแก้ปัญหาและเป็นความคิดรวบยอดที่สามารถคิดได้ด้วยตนเอง และการพิจารณามุมมองการใช้สื่อที่สนับสนุนการคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์สอดคล้องกับการบูรณการระหว่างรูปธรรมและนามธรรมตามแนวคิดของ Tall (2007b)

ข้อเสนอแนะการวิจัยเพื่อการประยุกต์ใช้

การสร้างกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีในการสังเคราะห์กระบวนการนามธรรมของนักเรียนเพื่อพิจารณาความคิดรวบยอดของนักเรียนในบริบทอื่นๆ และในรายวิชาอื่นๆ ซึ่งทำให้ครูตระหนักถึงความคิดรวบยอดของนักเรียนที่เกิดขึ้นและหาช่องทางเพื่อให้นักเรียนดำเนินการไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดอย่างมีความหมายกิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากโครงการส่งเสริมการวิจัยในอุดมศึกษาและการพัฒนามหาวิทยาลัยวิจัยแห่งชาติ ของสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา ภายใต้คลัสเตอร์วิจัยเพื่อยกระดับคุณภาพการศึกษาขั้นพื้นฐาน และศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ผู้วิจัยกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

เอกสารอ้างอิง

ไมตรี อินทร์ประสิทธ์ และคณะ. (2550). *การเตรียมบริบทสำหรับการนำการพัฒนาวิชาชีพครูแบบญี่ปุ่นที่เรียกว่า"การศึกษาชั้นเรียน" (Lesson Study) มาใช้ในประเทศไทย* .เอกสารหลังการประชุมวิชาการระดับชาติเครือข่ายญี่ปุ่นศึกษา ครั้งที่ 1 เล่มที่ 1 กรุงเทพฯ: โครงการเครือข่ายญี่ปุ่นศึกษาในประเทศไทย คณะรัฐศาสตร์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์. 152-163.

Howat, H. (2005). *Participation in Elementary Mathematics: An analysis of engagement,attainment and intervention*. PhD. Thesis: University of Warwick. Copied.

Inprasitha, M. (1997). Problem Solving: A Basis to reform Mathematics *Instruction.Reprinted from the Journal of the National Research Council of Thailand*, Vol.29, No.2, July-December.

Inprasitha, M., Pattanajak, A. and Inprasitha, N. (2010). A Study of Student's Mathematical Communication in Teacher Professional Development. *International Conference onEducational Research (ICER2010), Learning Community for Sustainable Development*. September10-11.

Gray, E. and Tall, D.O. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education, 25, 2, 115-141.*

Gray, E. and Tall, D. (2007). Abstraction as a Natural Process of Mental Compression. *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 19, No.2, 23-40.

Nohda, N. (1998). Mathematics Teaching by "Open-Approach Method" in Japanese Classroom Activities. *ICMI-EARCOME 1 (Aug.17-21,1998: Cheongju, Korea) Proceedings Vol.2, 185-192.*

Poynter, A. (2004). *Effect as a pivot between actions and symbols: the case of vector.* Ph.D.thesis University of Warwick. Copy.

Shimada, S & Becker, P.J. (1997). The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics.*

Skemp, R.R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics.* Pengin: London.

Skemp, R.R. (1987). Skemp, R.R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics.* Lawrence Erlbaum Associated, Inc.,New Jersey. Hove and London. p.9-21.

Tall, D.O. (2004). *The Nature of Mathematical Growth.* The book on Mathematical Growth Retrieved January 2, 2010, http://www.tallfamily.co.uk/david/mathematical-growth

Tall. D.O. (2006). A Theory of Mathematical Growth through Embodiment, Symbolism and Proof. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, IREM de Strasbourg. 11 195–215. [The published version of 2005e.]

Tall, D. (2007a). Developing a theory of mathematical growth. *ZDM.* (Mathematics Education). 39: 145-154.

Tall, D.O. (2007b). Setting Lesson Study within a Long-Term Framework of Learning. *Presented at APEC Conference on Lesson Study in Thailand, August.*

Tall, D.O. (2008). Using Japanese Lesson Study in Teaching Mathematics. *Written for the Scottish Mathematical Council Journal.*

Tall, D. O., and Isoda, M. (2007). Long-Term Development of Mathematical Thinking and Lesson Study. *Prepared as a chapter for a forthcoming book on Lesson Study.*

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University