

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา *Students' Mathematical Connections in the Classroom Emphasizes on Problem Solving*

วาสุกรี ใจจันทร์*

wasukree_j@hotmail.com

ลลิตพัทธ์ สุขเรือน**

benjack1001@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในชั้นเรียนที่ เน้นการแก้ปัญหาโดยใช้การวิจัยเชิงคุณภาพพอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดการเรียนการสอนและการทดลองเกี่ยวกับการสอน กลุ่มเป้าหมาย คือ นักศึกษาสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาแคลคูลัส 1 ชั้นปีที่ 1 จำนวน 31 คน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี เรื่อง อนุพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิต และฟังก์ชันอดิศัย การเก็บรวบรวมข้อมูลใช้วิธีการสังเกตอย่างมีส่วนร่วม การสัมภาษณ์ การบันทึกภาคสนาม การบันทึกวีดิทัศน์และแถบเสียง วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์วีดิทัศน์ ผลงานของนักศึกษาและโพรโทคอล ผลการวิจัยพบว่า ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาทำให้นักศึกษาเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่มีผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกโดยใช้คำถามในการเชื่อมโยงเชิงโมเดล การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผู้สอนรวบรวมวิธีการแก้ปัญหของผู้เรียนทั้งชั้นเรียนมาจัดเรียงแนวคิดอาศัยแนวคิดที่ไม่สมบูรณ์ขยายต่อเพื่อเชื่อมโยงทางการแสดงแทน การอภิปรายวิธีแก้ปัญหาและเปรียบเทียบวิธีการคิดทำให้นักศึกษาเชื่อมโยงเชิงโครงสร้างและการสรุปเพื่อเชื่อมโยงระหว่างขั้นตอนและความคิดรวบยอด การเชื่อมโยงระหว่างสาระของคณิตศาสตร์

คำสำคัญ : ชั้นเรียนคณิตศาสตร์, การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์, การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

Abstract

This research aims to develop the mathematical connections of students in the classroom that emphasizes on problem solving using qualitative research in describing the phenomena

*อาจารย์ ดร. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี จังหวัดสุพรรณบุรี

**อาจารย์ ดร. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี จังหวัดสุพรรณบุรี

that occurs during teaching and teaching experiment. The target groups were 31 people of the 1st year Students of the Faculty of Electrical Engineering, Rajamangala University of Technology Suvarnabhumi, Suphanburi Campus who have enrolled the course of Calculus I on the topic of the differential algebraic and transcendental functions. The tools used to collect data were participant observation, interviews, field notes, video and audiotape recording, and analyzed the data obtained from video, the works of the students and the protocol. The results showed that the classroom that focuses on problem solving has made students understand mathematical problems on their own by having instructor as the facilitator using the modeling connections. In terms of mathematical problem solving, the instructor has compiled the solutions made by all students in the classroom and sorted the concepts of incomplete to extend to representational connections. The discussions for the solutions and the comparison of thinking methods have enabled students to make the structural connections and the mathematical concepts summarization emerged in the classroom in order to connect between procedure and concept, and between the strands of mathematics.

Keywords : Mathematics classroom, Mathematical problem solving, Mathematical Connections.

บทนำ

การจัดการเรียนและการสอนของชั้นเรียน ประเทศไทยส่วนใหญ่จะอาศัยบทบาทของผู้สอน เป็นผู้บรรยาย ผู้บอก ผู้สาธิตเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ อันก่อให้เกิดการเรียนรู้ของนักศึกษาซึ่งมองในส่วนของนักศึกษาที่ได้มาในลำดับสุดท้าย (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2550) ไม่ได้เน้นกระบวนการให้ผู้เรียนได้แสวงหาความรู้ได้ด้วยตนเอง ผู้สอนมีอำนาจและยึดว่าตนเองเป็นผู้รู้มากที่สุด ถูกต้องที่สุด แล้วกระบวนการเรียนรู้ นักศึกษามีหน้าที่รับและปรับตัว ให้สอดคล้องกับเนื้อหาความรู้และวิธีการของผู้สอน (คณะกรรมการการศึกษา แห่งชาติ, 2543) การเรียนรู้และการสอนคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่อาศัยแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ซึ่งมีลักษณะเด่น คือ คำตอบถูกต้องเพียงคำตอบเดียวไม่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันเข้าร่วมจากการ วิเคราะห์หนังสือ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศไทย พบว่า ส่วนใหญ่ ประกอบด้วย แบบฝึกหัดที่ใช้ฝึกทักษะ

โดยเฉพาะทักษะการคิดคำนวณและทบทวนกฎ สูตร หรือหลักการที่เรียนไปแล้ว (Inprasitha, 1997) จึง ทำให้ไม่มีพื้นที่ในการค้นหาวิธีการเรียนรู้และสามารถ เชื่อมโยงความรู้ได้ ดังนั้น จึงต้องเปลี่ยนชั้นเรียนที่ เน้นให้นักศึกษาได้เรียนรู้เพื่อสร้างความหมายสิ่งเรียน รู้ด้วยตนเอง

ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาในฐานะวิธีการ แบบเปิด เริ่มพิจารณาการนำเสนอปัญหาในชั้นเรียนที่ ช่วยให้นักศึกษาเข้าสู่สถานการณ์ปัญหาเพื่อดึงแนวคิด ของนักศึกษาเข้าสู่ปัญหาที่ผู้สอนนำเสนอกับนักศึกษา จึงเป็นสิ่งสำคัญในการทำให้ปัญหานั้นเป็นของนักศึกษา (Isoda, 2010) บทบาทของผู้สอนต้องพยายาม รวบรวมแนวคิดของนักศึกษาในขั้นของการเรียนรู้ด้วย ตนเองให้ความสำคัญกับทุกแนวคิดของนักศึกษาและ เชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ในการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น เรียนกระดานดำมีบทบาทในการแก้ปัญหาและสรุปการ ดำเนินกิจกรรมการเรียนและการสอนในคาบนั้นและ

สามารถส่งเสริมการเรียนรู้ของนักศึกษาให้เห็นว่าปัญหาคืออะไร นักศึกษามีแนวคิดอย่างไร ผู้สอนพยายามสรุปเชื่อมโยงเพื่อให้นักศึกษาหากรณีทั่วไป กฎ สูตรทางคณิตศาสตร์ (Inprasitha M., 2010) ดังนั้นจึงจำเป็นต้องให้ชั้นเรียนคณิตศาสตร์เป็นชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาเพื่อให้นักศึกษาเกิด ทักษะกระบวนการเรียนรู้ และเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันไป

กระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญทั้งผู้สอนและนักศึกษามักในชั้นเรียน ได้แก่ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เนื่องจากเป็นองค์ประกอบสำคัญที่กำหนดไว้ในเป้าหมายหลักสูตร คณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนและระดับอุดมศึกษา (NCTM, 1989; NCTM, 2000; Evitts, 2004; Mousley, 2004; กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) อีกทั้งส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ในสาขาอื่น ๆ จากบริบทคณิตศาสตร์ที่ให้นักศึกษาเห็นคณิตศาสตร์ในฐานะวิธีการเพื่อเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ด้วยตนเอง (Coxford, 1995: p.3) ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ต้องแสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่นักศึกษาส่งด้วยตนเอง (Ito-Hino, 1995) นักศึกษาคอมพิวเตอร์ให้เชื่อมโยงกันโดยสามารถรู้ว่าจะถูกใช้เมื่อไรและอย่างไร (NCTM, 1989) เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาขีดความสามารถของตนเองอย่างเต็มศักยภาพโดยยึดนักศึกษาเป็นศูนย์กลางแห่งการเรียนรู้

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะกระบวนการเรียนรู้ที่จำแนกเป็น การเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและความคิดรวบยอด การนำไปใช้ในหลักสูตรอื่น ๆ การใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน การเห็นคณิตศาสตร์ในฐานะที่รวมทั้งหมดเข้าไว้ด้วยกัน การใช้การคิดทางคณิตศาสตร์และโมเดลเพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริง การใช้การเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อคณิตศาสตร์ การจำแนกตัวแทนที่เปลี่ยนแทนกันได้ของความคิดรวบยอดที่เหมือนกัน (NCTM, 1989; Coxford, 1995) เช่นเดียวกับ Evitts (2004) กล่าวว่า

การเชื่อมโยงเป็นมาตรฐานการเชื่อมโยงประกอบด้วย 5 ลักษณะ ได้แก่ การเชื่อมโยงเชิงโมเดล การเชื่อมโยงเชิงโครงสร้าง การเชื่อมโยงทางการแสดงแทน การเชื่อมโยงเกี่ยวกับขั้นตอนและความคิดรวบยอด การเชื่อมโยงระหว่างสาระคณิตศาสตร์ แต่ผลการวิจัยไม่พบการเชื่อมโยงระหว่างสาระคณิตศาสตร์ บริบทที่ศึกษาเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย กลุ่มเป้าหมายเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียน จำนวน 7 คน มหาวิทยาลัยเพนซิลวาเนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา ในเชิงหลักสูตรระดับอุดมศึกษาของประเทศไทยมีความพยายามตอบสนองหลักสูตรแต่ยังขาดความชัดเจน

บทความนี้พยายามนำเสนอแนวทางการพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาใน ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาตามแนวคิดไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (Inprasitha, M. (2010)) การวิจัยนี้นำชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาประยุกต์ใช้เพื่อให้เหมาะสมกับบริบทของการจัดการเรียนการสอนมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี ซึ่งเป็นสถาบันการศึกษาระดับอุดมศึกษาที่มีจุดเน้นให้นักศึกษาเป็นบัณฑิตนักปฏิบัติ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา

กรอบแนวคิดในการวิจัย

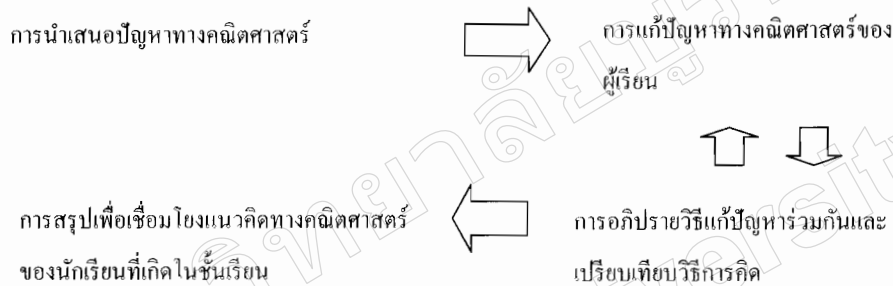
การพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาเป็นการนำแนวคิดไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (Inprasitha, M. (2010)) มาประยุกต์ใช้เพื่อให้เหมาะสมกับบริบทของการจัดการเรียนการสอนมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี 4 ชั้นของลำดับวิธีการสอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้นักศึกษาและนักศึกษาทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่มีผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้ความช่วยเหลือ

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา เป็นขั้นของการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ตนเองเรียนรู้มาก่อนหน้านี้ และผู้สอนรวบรวมวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา

ขั้นที่ 3 การอภิปรายวิธีแก้ปัญหาร่วมกัน และเปรียบเทียบวิธีการคิดโดยนักศึกษานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผู้สอนพยายามให้ความสำคัญกับแนวคิดของนักศึกษาทุกแนวคิดและเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ

ขั้นที่ 4 การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เกิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์โดยผู้สอนพยายามสรุปเชื่อมโยงเพื่อให้นักศึกษาหากรณีทั่วไป กฎ สูตรทางคณิตศาสตร์ จากนั้นให้นักศึกษาทบทวนสิ่งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนโดยผู้สอนเปิดโอกาสให้นักศึกษาได้ซักถามเพื่อนร่วมชั้นเรียนหรือผู้สอน



ภาพที่ 1 ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหาที่นำมาประยุกต์ใช้กับบริบทของการจัดการเรียนการสอน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้ใช้การวิจัยเชิงคุณภาพ (Qualitative Research) ให้ความสนใจกับพฤติกรรมของกลุ่มเป้าหมายทั้งที่แสดงออกและไม่แสดงออก ให้ความสำคัญต่อวิธีการคิดของกลุ่มเป้าหมาย จากการทำความเข้าใจปรากฏการณ์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ และการทดลองเกี่ยวกับการสอน (teaching experiment) ในฐานะที่ผู้วิจัยมีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับเหตุผลและการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมายจากการสังเกตชั้นเรียน (Steffe & Thompson & Glasersfeld, 2000) กรณีศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล

สุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี ซึ่งเป็นสถาบันการศึกษา ระดับอุดมศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาแคลคูลัส 1 รหัสวิชา 401-12-04 จำนวนหน่วยกิต 3(3-0-6) สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า (EE35641N) คณะวิศวกรรมศาสตร์ และสถาปัตยกรรมศาสตร์ ชั้นปีที่ 1 จำนวน 31 คน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี ก่อนเข้าเรียนในรายวิชาแคลคูลัส 1 กลุ่มเป้าหมายทุกคนได้เรียนปรับพื้นฐานในรายวิชา

คณิตศาสตร์มาก่อนหน้านี้และทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียนผ่านทุกคน สิ่งทีกลุ่มเป้าหมายเรียนรู้มาก่อนหน้านี้ ได้แก่ ฟังก์ชัน ลิมิตและความต่อเนื่อง

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล

1. แผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาแคลคูลัส 1 รหัสวิชา 401-12-04 จำนวนหน่วยกิต 3(3-0-6) เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันอดิศัย ระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินการวิจัยสัปดาห์ละ 3 คาบ จำนวน 9 คาบ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556

2. แบบบันทึกภาคสนามเพื่อบันทึกพฤติกรรมวิธีการคิดในขณะที่ผู้เรียนแก้ปัญหาและอธิบายขั้นตอนหรือวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ

3. แบบสังเกตชั้นเรียน

4. แบบสัมภาษณ์นักศึกษา

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

การพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาดำเนินการวิจัย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 วางแผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารประกอบการสอนของผู้วิจัย ประเด็นการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ เป้าหมายของบทเรียน ข้อมูลแนวคิดของนักศึกษาจากภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 และคาบเรียนก่อนหน้า เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชันอดิศัย การคาดการณ์แนวคิดของนักศึกษา วิธีการคิดในการแก้ปัญหของผู้เรียนโดยอาศัยวิธีการคิดของนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาแคลคูลัส 1 ปีการศึกษาที่ผ่านมา ขั้นตอนการแก้ปัญหของนักศึกษา วิธีการกำหนดตัวแปร ความยุ่งยากในการแก้ปัญหา การจัดลำดับการนำเสนอแนวคิดของนักศึกษาเพื่อให้เกิดการเชื่อมโยงทั้งแนวคิดและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในฐานะเครื่องมือการแก้ปัญหจากขั้นตอนการแก้ปัญห

ของนักศึกษา ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาตาม แนวคิดไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (Inprasitha, M. (2010)) จาก การนำมาประยุกต์ใช้เพื่อให้เหมาะสมกับบริบทของการจัดการเรียนการสอน 4 ชั้นของลำดับวิธีการสอน

ขั้นที่ 2 สังเกตชั้นเรียนคณิตศาสตร์เป็นการนำแผนการจัดการเรียนรู้ในขั้นที่ 1 ไปใช้จริงในชั้นเรียน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนและผู้สังเกตชั้นเรียน เป้าหมายของการสังเกต คือ ขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาของผู้เรียนและตัวแปรที่นักศึกษากำหนดการศึกษานี้ไม่ได้พิจารณาความสามารถในการสอนของผู้สอน ใช้ระเบียบวิธีการวิจัย การทดลองเกี่ยวกับการสอนในแง่มุมมองของลำดับขั้นการสอน ประกอบด้วย นักศึกษากลุ่มเป้าหมายที่สังเกตในชั้นของการแก้ปัญหา ผู้วิจัยสังเกตการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในขั้นตอนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของ นักศึกษา ผู้สังเกตชั้นเรียน ได้แก่ ผู้ช่วยวิจัยทำหน้าที่เป็นพยานในชั้นการสอนและวิธีการบันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการสอน ได้แก่ วิดิทัศน์ เครื่องบันทึกเสียง กล้องถ่ายภาพนิ่ง แบบบันทึกการสังเกตชั้นเรียน

ขั้นที่ 3 สะท้อนผลบทเรียน เป็นกิจกรรมที่ทำ หลังสิ้นสุดการแก้ปัญหของนักศึกษา ผู้สะท้อนผล คือ ผู้สอนในฐานะนักวิจัยที่มีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักศึกษาจากการสังเกตชั้นเรียน ผู้ช่วยวิจัย การสะท้อนจะอาศัยแบบบันทึกการสะท้อนผลที่มีประเด็นสำคัญคือ ขั้นตอนการแก้ปัญหของนักศึกษา ความยุ่งยากในการแก้ปัญหของนักศึกษา ผลที่ได้จากการสังเกตชั้นเรียน นำไปสู่การปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำประเด็นจากการสะท้อนผลไปใช้ในชั้นเรียนเดิมสำหรับจัดการเรียนการสอนคาบเรียนต่อไป

วิธีรวบรวมข้อมูล และการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลไปพร้อมกับการวิเคราะห์ข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา

2556 กับนักศึกษากลุ่มเป้าหมาย ผู้สอนในฐานะนักวิจัยทำหน้าที่กระตุ้นให้นักศึกษาทั้งชั้นเรียนคิด มีวิธีการแก้ปัญหาด้วยตัวของนักศึกษาเองบันทึกพฤติกรรมของกลุ่มเป้าหมายและเป็นผู้ดำเนินการในชั้นเรียนโดยใช้การสังเกตอย่างมีส่วนร่วม (participant observation) จากการเฝ้าดูและการบรรยายปรากฏการณ์ตามที่เกิดขึ้น เป็นไปตามธรรมชาติ ไม่เข้าไปรบกวนขณะที่ยังกลุ่มเป้าหมายกำลังคิดแก้ปัญหาอยู่ พอเสร็จสิ้นกิจกรรมแล้วผู้วิจัยจะสัมภาษณ์ผู้เรียนกลุ่มเป้าหมายซึ่งมีลักษณะเด่นคือ กล้าคิด ไม่กลัวในคำตอบที่ผิด สามารถอธิบายวิธีการคิดแก้ปัญหาของตนเองให้คนอื่นฟังได้ ลักษณะของการสัมภาษณ์ผู้วิจัยนำผลงานของนักศึกษา วิธีการคิดแก้ปัญหาที่นักศึกษาคิดในสมุดจดบันทึกหรือเอกสารประกอบการสอนของผู้วิจัยโดยไม่ให้นักศึกษาลบวิธีการคิด ขณะสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายดำเนินการเหมือนการสนทนาเพื่อยืนยันวิธีการคิดของนักศึกษาโดยการสนทนากลุ่ม (Focus Group) เป็นการร่วมพูดคุยกันระหว่างผู้สอนและผู้ร่วมสนทนา ได้แก่ ครูผู้สังเกตชั้นเรียน จำนวน 1 คน กลุ่มเป้าหมายที่ผู้วิจัยเลือกมาจำนวน 5 คน เพื่อให้มีการโต้แย้งได้พอเหมาะ ผู้วิจัยกำหนดประเด็นคำถามล่วงหน้า ดังนี้ วิธีการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการหาอนุพันธ์ การกำหนดตัวแปร สูตรอนุพันธ์ที่ใช้ การเรียนอนุพันธ์สามารถนำไปใช้ในวิชาชีพได้หรือไม่ เกี่ยวข้องกับสาขาวิชาชีพของตนเองอย่างไรและวิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์วิธีทัศน์ ผลงานของนักศึกษาและโปรโตคอล

ผลการวิจัย

ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาในการนำมาประยุกต์ใช้กับบริบทของการจัดการเรียนการสอน เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันอดิศัย ผลการวิจัยนี้เป็นตัวอย่างการวิเคราะห์ เรื่อง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้นักศึกษา

$$\text{จงหาค่า } \frac{dy}{dx} \text{ จากสมการ } x^3y + xy^3 = 2 \Rightarrow \text{จงหาค่า } \frac{dy}{dx} \text{ จากสมการ } x^3y + xy^3 = 2$$

ผู้สอน : ฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันอะไรคะ

สมชาย : Implicit function

ผู้สอน : ก็อะไร

วิระ : ฟังก์ชันที่...ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ $y = f(x)$

ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่มีผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้ความช่วยเหลือโดยใช้คำถามในการเชื่อมโยงเชิงโมเดลเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนมาก่อนหน้านี้ และพยายามขยายวิธีการคิดของนักศึกษา

$$x^3y + xy^3 = 2 \Rightarrow x^3y + xy^3 = 2$$

ผู้สอน : ฟังก์ชันทั้งสองใช้การดำเนินการใด

มีนา : บวก

ผู้สอน : แล้วจะหาอนุพันธ์อย่างไร

มีนา : ใช้สูตรดิฟผลคูณ

ผู้สอน : ทำไมถึงใช้สูตรดิฟผลคูณ

สมชาย : เพราะ x^3 คูณกันกับ y แล้วบวกกับ x คูณกันกับ y^3

ผู้สอน : สูตรว่าอย่างไรคะ

นักศึกษาทั้งชั้นเรียน : หน้าดิฟหลังบวกหลังดิฟหน้า

$$\frac{d}{dx} uv = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} \Rightarrow \frac{d}{dx} uv = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

ผู้สอน : แล้วจะหาอนุพันธ์อย่างไร
มีนา : ใช้สูตรดิฟผลคูณ

$$\frac{d}{dx} uv = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

งบการเงินภาคสน มของ ผู้วิจัย

ในขั้นที่ 1 ผู้สอนใช้คำถาม ทำไม อย่างไร กระตุ้นให้นักศึกษาคิด ใช้สิ่งที่เรียนมาก่อนหน้านี้ และ พยายามขยายวิธีการคิดของนักศึกษาได้แก่

$$\frac{d}{dx}(c) = 0, \frac{dx}{dx} = 1, \frac{d}{dx}(u^n) = nu^{n-1} \frac{du}{dx},$$

$$\frac{d}{dx}[u(x) \pm v(x)] = \frac{d}{dx}u(x) \pm \frac{d}{dx}v(x) \frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

เป็นการเชื่อมโยงเชิงโมเดล

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ นักศึกษา เป็นขั้นของการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการแก้ปัญหาด้วยวิธีการของตนเอง

แนวความคิดแก้ปัญหาของนักศึกษา เป็นดังนี้

แนวคิดที่ 1 นักศึกษาไม่เข้าใจและเกิดความ

ยุ่งยากในการหาอนุพันธ์

$$\left[\frac{d}{dx}(x^3y) + \frac{d}{dx}(xy^3) \right] = 0$$

$$\left[\frac{d}{dx}(x^3y) + \frac{d}{dx}(xy^3) \right] = 0$$

$$\Rightarrow \left[x^3 \frac{dy}{dx} + y \frac{d}{dx}x^3 \right] + \left[x \frac{dy^3}{dx} + y^3 \frac{d}{dx}x \right] = 0$$

$$\left[3x^2 \frac{dy}{dx} + y \frac{d}{dx}x^3 \right] + \left[x3y^2 \frac{dy}{dx} + y^3 \right] = 0$$

ปิติ จะหาอนุพันธ์อย่างไร
มีนา ทำอย่างไรถึงจะหาอนุพันธ์ได้
วีระ สูตรก็ใช้แล้ว

แบบสังเกตชั้นเรียน

แนวคิดที่ 2 หาอนุพันธ์ได้แต่ประสบปัญหาในการจัดรูปเพื่อที่จะได้ $\frac{dy}{dx}$

$$\left[\frac{d}{dx}(x^3y) + \frac{d}{dx}(xy^3) \right] = 0$$

$$\Rightarrow \left[x^3 \frac{dy}{dx} + y \frac{d}{dx}x^3 \right] + \left[x \frac{d}{dx}y^3 + y^3 \frac{d}{dx}x \right] = 0$$

$$\left[x^3 \frac{dy}{dx} + 3yx^2 \frac{dx}{dx} \right] + \left[3xy^2 \frac{dy}{dx} + y^3 \right] = 0$$

$$x^3 \frac{dy}{dx} + 3yx^2 + 3xy^2 \frac{dy}{dx} + y^3 = 0$$

วีระ แล้วหา $\frac{dy}{dx}$ อย่างไร
สมชาย จัดรูปอย่างไร
วีระ ทำอย่างไรละ

แบบสังเกตชั้นเรียน

แนวคิดที่ 3 หาแบบแยกส่วน ส่วนที่ 1 คือ x^3 y ส่วนที่ 2 คือ xy^3 แล้วนำมารวมกันทีหลัง

$$x^3y + xy^3 = 2$$

ทำในส่วนหน้าคือ x^3y ดังนี้

$$\left[x^3 \frac{dy}{dx} + y \frac{d}{dx}x^3 \right] = \frac{d2}{dx}$$

$$\left[x^3 \frac{dy}{dx} + y3x^2 \frac{dx}{dx} \right] = 0$$

$$\left[x^3 \frac{dy}{dx} + y3x^2(1) \right] = 0$$

ทำในส่วนหลังคือ xy^3 ดังนี้

$$\left[x \frac{d}{dx}y^3 + y^3 \frac{d}{dx}x \right] = \frac{d2}{dx}$$

$$\left[x3y^2 \frac{dy}{dx} + y^3(1) \right] = 0$$

นำ ส่วนที่ 1 คือ $x^3 y$ ส่วนที่ 2 คือ xy^3 มา รวมกัน

$$\frac{x^3 \frac{dy}{dx} + 3x^2y + x \frac{d}{dx}y^3 + y^3}{(x^3 + 3yx^2) \frac{dy}{dx} = -3yx^2 - y^3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3yx^2 - y^3}{x^3 + 3yx^2}$$

แบบสังเกตชั้นเรียน

ในขั้นที่ 2 ผู้สอนรวบรวมวิธีการแก้ปัญหาของ ผู้เรียนทั้งชั้นเรียนมาจัดเรียงแนวคิดอาศัย

แนวคิดที่ไม่สมบูรณ์ขยายต่อเพื่อเชื่อมโยง การแสดงแทนที่นักศึกษาแสดงถึงความสัมพันธ์ทาง คณิตศาสตร์ที่แทนความเข้าใจของนักศึกษา

ขั้นที่ 3 การอภิปรายวิธีแก้ปัญหาร่วมกัน และเปรียบเทียบวิธีการคิดโดยประเด็นการแก้ปัญหา ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายร่วมกัน ได้แก่ สูตรที่ใช้ใน การหาอนุพันธ์ การไม่แน่ใจว่าต้องหาอนุพันธ์ตัวไหน การจัดรูปเพื่อที่จะได้ $\frac{dy}{dx}$

ผู้สอน : ทำไมเราต้องใช้สูตรนี้ สูตรอื่นได้ไหม ช่วยกันคิดหน่อยค่ะ

นักศึกษาทั้งชั้นเรียน :

$$\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{d}{dx}u + \frac{d}{dx}v, \frac{d}{dx}uv = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

วีระ : หาตัวไหนก่อนดี

มีนา : หน้า เป็น x^3 หลังเป็น y บวกหน้า เป็น x หลังเป็น y^3

ปิติ : ต้องเท่ากับดิฟสองด้วยเป็นศูนย์

มีนา : อ้อ...ใช่

นักศึกษาทั้งชั้นเรียน : เอกซ์กำลังสามดิฟวาย บายดีเอกซ์บวกสามคูณวายเอกซ์ยกกำลังสองดีเอ็กส์

บายดีเอกซ์บวกสามเอ็กซ์ว้ายยกกำลังสองดีวบายดี
เอกซ์บวกว้ายยกกำลังสาม

ผู้สอน : เราต้องหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน นั้น
คือ อะไรคะ

มินา : ออ... $\frac{dy}{dx}$ ก็เอกซ์กำลังสามบวกว้ายสาม
เอกซ์ยกกำลังสองไว้ด้วยกันนอกนั้นเอาไปไว้อีกฝั่ง

ปิติ : มันคูณย้ายไปก็หารไขใหม่

ผู้สอน : เขียนว่าอย่างไร อ้าว...ช่วยกันทุกคน

คะ ตอบว่าอย่างไร

นักศึกษาทั้งชั้นเรียน : ดีวบายดีเอกซ์เท่ากับ

ลบสามคูณว้ายเอกซ์ลบว้ายกำลังสามส่วนเอกซ์กำลัง
สามบวกสามคูณว้ายเอกซ์กำลังสอง

ประเด็นการสัมภาษณ์
หาอนุพันธ์อย่างไรคะ

ผู้แก้ปัญหา: พิจารณาการใช้สูตร ได้แก่ $\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{d}{dx}u + \frac{d}{dx}v$, $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{d}{dx}v + v\frac{d}{dx}u$

ส่วนการหาอนุพันธ์หาทีละจุด แล้วพยายามจัดกลุ่มที่มี $\frac{dy}{dx}$ นำมาไว้จุดเดียวกันที่ไม่มีนำไปไว้อีกข้างหนึ่ง

แบบสัมภาษณ์นักศึกษา

ในขั้นที่ 3 อภิปรายวิธีแก้ปัญหาด้วยกัน
และเปรียบเทียบวิธีการคิดโดยประเด็นการแก้ปัญหา
ของนักศึกษาจากการนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่
สอดคล้องกันมาแก้ปัญหาของฟังก์ชัน x^3y และ ฟังก์ชัน
 xy^3 เป็นการเชื่อมโยงเชิงโครงสร้าง

ขั้นที่ 4 การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทาง
คณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เกิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์
โดยผู้สอนและนักศึกษาสรุปประเด็นที่เกิดขึ้นในชั้น
เรียนร่วมกันเพื่อให้เกิดการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
จากนั้นให้นักศึกษาทบทวนสิ่งที่เกิดขึ้นบนกระดานดำ
หรือชั้นเรียนโดยให้นักศึกษาได้ซักถามเพื่อนร่วมชั้น
เรียนหรือผู้สอน

ผู้สอนและนักศึกษาร่วมกัน 4 ประเด็น
ได้แก่ สูตรที่ใช้ในการหาอนุพันธ์ วิธีการกำหนดตัวแปร
แนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ
นักศึกษา

ประเด็นที่ 1 สูตรที่ใช้ในการหาอนุพันธ์

$$\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{d}{dx}u + \frac{d}{dx}v$$

ประเด็นที่ 2 วิธีการกำหนดตัวแปร

$$\frac{d}{dx}(x^3y + xy^3) = 2$$

$$\left[\frac{d}{dx}x^3y + \frac{d}{dx}xy^3 \right] = \frac{d2}{dx}$$

ประเด็นที่ 3 ให้นักศึกษาสรุปแนวคิดที่เกิด

ขึ้นในชั้นเรียน

ประเด็นที่ 4 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ

นักศึกษา

$x^3y + xy^3 = 2$

ขั้นที่ 1 พิจารณาการใช้สูตร ได้แก่

- $\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{d}{dx}u + \frac{d}{dx}v$
- $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{d}{dx}v + v\frac{d}{dx}u$

ขั้นที่ 2 หาอนุพันธ์ทีละจุด

ขั้นที่ 3 พิจารณาจัดกลุ่มที่มี $\frac{dy}{dx}$ นำมาไว้จุดเดียวกันที่ไม่มีนำไปไว้อีกข้างหนึ่ง

ขั้นที่ 4 ซักถามเชิงฟังก์ชัน $(x^3 + 3yx^2)$ คูณกับ $\frac{dy}{dx}$ ดึงไปอีกข้างเป็นหาร

นักศึกษาทบทวนสิ่งที่เกิดขึ้นบนกระดานดำ
หรือชั้นเรียนโดยให้ผู้เรียนได้ซักถามเพื่อนร่วมชั้นเรียน
หรือผู้สอน



นักศึกษาพบทวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง



นักศึกษาซักถามเพื่อนร่วมชั้นเรียน

ในขั้นที่ 4 การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เกิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนและนักศึกษารูปประเด็นที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในการเชื่อมโยงระหว่างสาระของคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันและอนุพันธ์ การเชื่อมโยงระหว่างขั้นตอนและความคิดรวบยอดในการอธิบายตามวิธีการคิดหรือการลงมือกระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งอนุพันธ์โดยปริยาย

สรุปผลการวิจัย

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาขั้นการนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนใช้คำถาม ทำไม อย่างไร กระตุ้นให้นักศึกษาคิด ใช้สิ่งที่เรียนมาก่อนหน้านี้และพยายามขยายวิธีการคิดของนักศึกษาเป็นการพัฒนาการเชื่อมโยงเชิงโมเดล ขั้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา ผู้สอนรวบรวมวิธีการแก้ปัญหาของนักศึกษาทั้งชั้นเรียนมาจัดเรียงแนวคิดอาศัยแนวคิดที่ไม่สมบูรณ์ขยายต่อในการพัฒนาการเชื่อมโยงทางการแสดงแทนที่ แสดงถึงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่แทนความเข้าใจของนักศึกษา ขั้นการอภิปรายวิธีแก้ปัญหาพร้อมกันและเปรียบเทียบวิธีการคิดโดยประเด็นการแก้ปัญหาของนักศึกษาจากการนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกันมาแก้ปัญหาเป็นการพัฒนาการเชื่อมโยงเชิงโครงสร้าง ขั้นการสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เกิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ผู้สอนและนักศึกษารูปประเด็นที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในการเชื่อมโยงระหว่างสาระของคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันและอนุพันธ์ การเชื่อมโยง

ระหว่างขั้นตอนและความคิดรวบยอดในการอธิบายตามวิธีการคิดหรือการลงมือกระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งอนุพันธ์โดยปริยาย

การอภิปรายผล

ชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนาให้นักศึกษาพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การเชื่อมโยงเชิงโมเดล การเชื่อมโยงเชิงโครงสร้าง การเชื่อมโยงทางการแสดงแทนการเชื่อมโยงระหว่างขั้นตอนและความคิดรวบยอด การเชื่อมโยงระหว่างสาระของคณิตศาสตร์สอดคล้องกับงานวิจัยของ Evitts (2004) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ไม่พบ ได้แก่ การเชื่อมโยงระหว่างสาระของคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นได้ยากจากการสอนโดยวิธีการบรรยาย ผู้สอนต้องวางแผนการจัดการเรียนรู้มาเป็นอย่างดี มีเป้าหมายในการสอนที่ชัดเจนแล้วนำผลจากการจัดการเรียนการสอนมาสะท้อนผลเพื่อปรับปรุงและวางแผนการจัดการเรียนรู้ในคาบต่อไปสอดคล้องกับแนวคิดของ Lampert (2001) กล่าวว่าการสอนเพื่อเชื่อมโยงเนื้อหาผ่านบทเรียนจากงานภาคปฏิบัติต้องอาศัยการวางแผนการสอนมาเป็นอย่างดี ซึ่งกิจกรรมที่เหมาะสมเพื่อการค้นหาหรือถูกสร้างควรจะเชื่อมโยงแนวคิดและขั้นตอนทั้งระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างและเกี่ยวข้องกับเนื้อหาอื่น ๆ ถือว่าเป็นตำแหน่งที่มีปัญหาอย่างมาก (Romberg, 1994) บริบทของชั้นเรียนไทยทั้งหลักสูตรในระดับพื้นฐานและหลักสูตรระดับอุดมศึกษาพยายามให้ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ได้พัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวของนักเรียนเอง

กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ โครงการวิจัยเงินกองทุนวิจัย พ.ศ 2556 คณะผู้วิจัยขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2543). *ก้าวสู่ศตวรรษใหม่ เด็กไทยเรียนรู้อย่างมีความสุข*. กรุงเทพฯ: วีทีซีคอมมิวนิเคชั่น.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, เอื้อจิตร พัฒนจักร และประกายคำ เทศารินทร์. 2550. “การเตรียมบริบทสำหรับการนำการพัฒนาวิชาชีพครูแบบญี่ปุ่นที่เรียกว่า “การศึกษาชั้นเรียน” (Lesson Study) มาใช้ในประเทศไทย.” ใน ศิริพร วัชชวัลคุ และ กิตติ ประเสริฐสุข (บรรณาธิการ). เอกสารหลังการประชุมวิชาการระดับชาติเครือข่ายญี่ปุ่นศึกษา ครั้งที่ 1 (สังคมศาสตร์): หน้า 152-163. กรุงเทพฯ: สร้างสื่อ.
- Coxford, F.A. (1995). The Case for Connections. In P.A. House (Ed.). *Connecting mathematics across the curriculum, 1995 Yearbook*. (pp.3-21). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Evitts, T. (2004). *Investigating the mathematics connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula*. Ph.D. Dissertation, Curriculum and Instruction, The Pennsylvania State University, U.S.A.
- Hodgson, T.R. (1995). *Connections as problem-solving tool*. In P.A. House (Ed.). *Connecting mathematics across the curriculum, 1995 Yearbook*. (pp. 13-21). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Inprasitha, M. (1997). “Problem Solving: A basis to reform mathematics instruction.”. Reprinted from the *Journal of the National Research Council of Thailand*. Vol.29 No.2 : July-December.
- _____, (2010). “One Feature of adaptive lesson study in Thailand: Designing Learning Unit.”. In A. Kuroda et al. (Eds.). *Proceeding of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education Dongkook University, Gyeongju, Korea* : 193-206.
- Isoda, M., (2010). “The Principles for problem solving approach and Open approach: As a product of lesson study.”. *Proceeding of International Conference on Educational Research learning community for sustainable development*. Faculty of Education. Khon Kean University, Khon Kaen, Thailand : 10-11 September.
- _____, Nobuchi, M. & Morita, M. (2009). *Design Problem Solving Class with basic Standards given by check sheets*, Japan: Meijitosyo-publisher.
- Ito-Hino, K. (1995). Students’ reasoning and mathematical Connections in the Japanese Classroom. In P.A. House (Ed.), *Connecting mathematics across the curriculum, 1995 Yearbook* (pp.233-245). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Mousley, J. (2004). An aspect of mathematics with understanding: the notion of 'connected know', In Johnsen Høines, Marit Fuglestad, Anne Berit (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of mathematics Educations*. (Vol. 3, pp.377-384). Bergen, Norway: PME.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- _____. (2000). *Principles and Standards for school Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Schoenfeld, A.H., (1989). *Teaching Mathematics in Elementary School*. New York: Ronald Press.
- Steffe, L.P., Thompson, P.W., & Von Glasersfeld, E., (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential element. In A.E. Kelly & R.A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Takahashi, A., (2007). Planning a lesson for students to develop mathematical thinking through problem solving. In *Progress report of the APEC-project: Collaborative studies on Innovation of Classroom Teaching and Learning through Lesson study – Lesson Study focusing on mathematical thinking*, CRME Khon Kaen University, CRICED and University of Tsukuba.