การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์

A Study On Mathematical Concepts of Mathematics Major Students

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร*

nack555@hotmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนิสิตสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1-4 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพาที่ศึกษาในปีการศึกษา 2556 จำนวน 148 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.9331 และแบบสัมภาษณ์เพื่อเพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ (ร้อยละ 37.55) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 3 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

คำสำคัญ : มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Abstract

The purpose of this research was to study mathematical concepts of mathematics major students. The research populations were 148 of first year to fourth year students majoring in mathematics at Faculty of Education, Burapha University. The research instruments were a test of mathematical concepts having a reliability of 0.9331 and an interview. The research findings revealed that the mathematical concepts of the majority of the populations (37.55%) were classified into group 3 that students could answer the questions correctly but they raised mathematical concepts with unclear explanation to support their answer, or the students could answer the questions correctly and to support their answer with procedural knowledge logically.

Keywords : Mathematical concepts

*ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาคนและการพัฒนาประเทศ ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์สามารถแก้ปัญหาในชีวิตได้อย่างมีเหตุมีผล และยังเป็นพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการคิดเพื่อนำไปสู่ความเจริญในด้านต่าง ๆ ดังที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 143) ได้ระบุว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการคิดของมนุษย์ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างรอบคอบ ช่วยในการวางแผน ตัดสินใจ และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ แต่อย่างไรก็ตามการจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังเห็นได้จากการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชาติและระดับนานาชาติที่ผ่านมา ยังอยู่ในระดับที่ต้องเร่งพัฒนา ดังเช่น ในปีการศึกษา 2553 2554 และ 2555 พบว่า ผู้เรียนที่จบระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 24.18, 32.08 และ 26.95 ตามลำดับ และผู้เรียนที่จบระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 14.99, 22.37 และ 22.73 ตามลำดับ (สำนักทดสอบทางการศึกษา, online) นอกจากนี้จากการประเมินผลนานาชาติ TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์น้อยกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติอย่างมีนัยสำคัญ และนักเรียนไทยทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ยกเหตุผลประกอบ หรือเขียนข้อความยาว ๆ ไม่ได้ (สำนักงานคณะกรรมการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 34-37) อีกทั้งผลการสอบจากการรายงานผลจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA 2012) ที่ประเมินสมรรถนะการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) ของนักเรียน พบว่า นักเรียนของประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 427 คะแนนซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย OCED (496 คะแนน) (สสวท, 2556: 7)

จากข้อมูลข้างต้นแสดงให้เห็นว่า นักเรียนไทยยังมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำทั้งในเรื่องของความรู้ การคิดวิเคราะห์ และการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสาเหตุหนึ่งอาจเกิดจากการที่นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทำให้ไม่สามารถใช้ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาได้ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ การเรียนการสอนส่วนใหญ่เป็นการสอนที่ไม่ได้เน้นการเข้าใจความหมาย แต่เน้นที่ขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหาให้สำเร็จซึ่งผลที่ตามมาคือนักเรียนจดจำวิธีการแก้ปัญหาโดยขาดความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ (อัมพร ม้าคนอง, 2545: 1) ซึ่งการจะพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียนและสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ได้ นั่นคือ ต้องพัฒนาให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีสำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีมักเป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถอธิบายความรู้เหล่านั้นได้อย่างชัดเจนและสามารถนำความรู้เหล่านั้นไปแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างสมเหตุสมผล (อัมพร ม้าคนอง, 2552: 2-3) สอดคล้องกับคำกล่าวของคาไมและโดมินิค (Kamaii & Dominick, 1997) ที่กล่าวว่าการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์จะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากการที่นักเรียนคิดหรือคำนวณผิดพลาด ส่วนหนึ่งเป็นผลมา

จากการจดจำขั้นตอนหรือวิธีการมาใช้โดยปราศจากความเข้าใจในมโนทัศน์ นอกจากนี้การที่นักเรียนขาดความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน นั้นถือเป็นปัญหาที่สำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ดังที่บราวน์ (Brown, 1992: 17-34) ได้กล่าวว่ามโนทัศน์พื้นฐานที่คลาดเคลื่อนจะทำให้มีปัญหาในการเรียนรู้ และการทำความเข้าใจในมโนทัศน์ที่สูงขึ้น ฉะนั้นหากผู้เรียนมีมโนทัศน์เดิมคลาดเคลื่อนก็จะส่งผลกระทบต่อการแก้ปัญหา การแสดงวิธีทำ และการเรียนรู้ในเนื้อหาที่สูงขึ้นต่อไป

แนวทางหนึ่งของการพัฒนาให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง คือการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครู เนื่องจากครูที่มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีจะสามารถสอนให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ของเนื้อหา มองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาในหัวข้อต่างๆ และวิเคราะห์ลำดับของเนื้อหาที่สอนได้อย่างมีประสิทธิภาพสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 61) ได้ระบุว่าครูที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมาย ที่มา และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของมโนทัศน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ จะสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสาร สื่อความหมายให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและลึกซึ้ง รวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหาและสร้างคำถามขยายความเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้

ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจทำการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ผู้ที่จะจบไปเป็นครูสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาว่ามีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับใด และเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือไม่ ผลของการวิจัยครั้งนี้จะเป็นข้อมูลในการปรับปรุงการเรียนการสอนเพื่อให้นิสิตมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง อีกทั้งเป็นข้อมูลในการวางแผนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น และเป็นแหล่งข้อมูลในการศึกษาค้นคว้าต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการวิจัย

1. ผลการวิจัยครั้งนี้ทำให้ทราบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการออกแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นิสิตมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และสามารถแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนิสิตได้

2. ได้เครื่องมือในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

ขอบเขตของการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งจำแนกเป็น 5 สาระ ดังนี้ 1) จำนวนและการดำเนินการ 2) การวัด 3) เรขาคณิต 4) พีชคณิต และ 5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นิสิตสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1-4 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ศึกษาในปีการศึกษา 2556 จำนวน 148 คน ซึ่งจำแนกเป็น นิสิตชั้นปีที่ 1 จำนวน 34 คน นิสิตชั้นปีที่ 2 จำนวน 42 คน นิสิตชั้นปีที่ 3 จำนวน 17 คน และนิสิตชั้นปีที่ 4 จำนวน 55 คน

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ใช้ในงานวิจัยนี้ คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2556

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่สามารถจัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าเป็นพวกเดียวกัน โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกันได้ ซึ่งสามารถวัดได้ด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างไปจากความเป็นจริง อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล

การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 52-74) พบว่ามีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำแนกตามสาระ ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- จำนวนคือปริมาณที่แสดงความมากหรือน้อย เป็นนามธรรม จะกำหนดชื่อเรียกของจำนวนต่างๆ แตกต่างกันไปตามธรรมชาติของภาษา ส่วนตัวเลข คือ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวน

- จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มโดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับ 0 หรือเขียนในรูปของทศนิยมซ้ำ ส่วนจำนวนอตรรกยะคือจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มโดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับ 0 หรือเขียนในรูปของทศนิยมไม่ซ้ำ

- เราสามารถเขียนแทนจำนวนอตรรกยะ(เช่น) ด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ เนื่องจาก เส้นจำนวนเป็นเส้นจำนวนของจำนวนจริง และจำนวนอตรรกยะเป็นจำนวนจริง โดยใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส

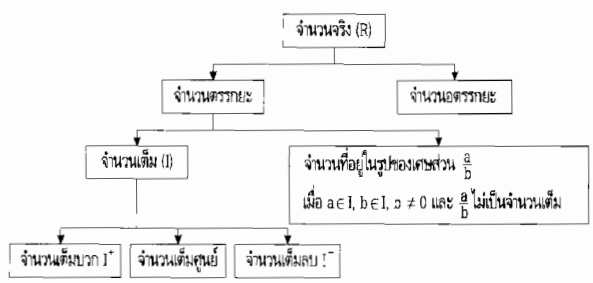
- ทศนิยมทุกจำนวนไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ มีเพียงทศนิยมซ้ำเท่านั้นที่เขียนในรูปเศษส่วนได้

- ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของสองจำนวนใดๆ คือจำนวนที่มีค่ามากที่สุดที่หารจำนวนทั้งสองนั้นลงตัว ส่วนตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ของสองจำนวนใดๆ คือจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดที่จำนวนทั้งสองนั้นสามารถหารได้ลงตัว

- รากที่ n ของจำนวนจริง a ใดๆ ไม่ใช่จำนวนที่ยกกำลัง n แล้วได้เท่ากับ a เสมอไป เช่น กรณีที่ a = 4 และ n = 2 จะได้ว่า รากที่สองของ 4 เท่ากับ 2 แต่จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ 4 คือ -2 และ 2

- อัตราส่วน คือความสัมพันธ์ที่แสดงการเปรียบเทียบของสิ่ง 2 สิ่งหรือมากกว่านั้น ซึ่งอาจเป็นชนิดเดียวกันหรือต่างชนิดกันก็ได้ ส่วนร้อยละ คือ อัตราส่วนที่แสดงการเปรียบเทียบของ 1 สิ่งเทียบกับ 100

- โครงสร้างระบบจำนวนจริง มีดังนี้



- การบวกและการลบเศษส่วนจะต้องทำตัวส่วนให้เท่ากันก่อนที่จะนำตัวเศษมาบวกหรือลบกัน เนื่องจาก การที่ส่วนของเศษส่วนแต่จำนวนไม่เท่ากันนั้น แสดงว่า ใน 1 หน่วยของแต่ละจำนวนแบ่งเป็นส่วนย่อย ๆที่ไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถนำมานับรวมกันได้

- การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวกจะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าลดลง เนื่องจากการการคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวกเป็นการนำจำนวนเต็มลบนั้นมาบวกกันเป็นจำนวนตัวเท่ากับจำนวนเต็มบวก ซึ่งทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าลดลง

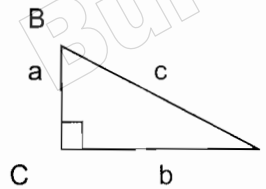
สาระที่ 2 การวัด มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

- ระบบเมตริก คือ ระบบการวัดที่เป็นมาตรฐานสากล โดยมีหน่วยวัดความยาวเป็น มิลลิเมตร เมตร กิโลเมตร และหน่วยวัดน้ำหนักเป็นกรัม กิโลกรัม เป็นต้น

- ความยาวเป็นการวัดเพื่อหาขนาดของวัตถุใน 1 มิติ พื้นที่เป็นการวัดเพื่อหาขนาดของวัตถุใน 2 มิติ และปริมาตรเป็นการวัดเพื่อหาขนาดของวัตถุใน 3 มิติ

- ทรงกระบอก และ กรวย มีความสัมพันธ์กัน เนื่องจาก ปริมาตรของทรงกระบอกจะเป็น 3 เท่าของปริมาตรกรวยที่มีความสูงและพื้นที่ฐานเท่ากัน

- เมื่อกำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป จะได้ว่า



$$\sin A=\frac{a}{c} \quad \cos A=\frac{b}{c} \quad \text{และ} \quad \tan A=\frac{a}{b}$$

- สมการตรีโกณมิติที่เป็นเอกลักษณ์ คือสมการที่เป็นจริงสำหรับทุกค่าขนาดของมุมที่ทำให้ฟังก์ชันตรีโกณมิติในสมการนั้นหาค่าได้

- ค่า cos θ และ ค่า sin θ เมื่อ θ เป็นมุมใด ๆ มีค่าตั้งแต่ -1 ถึง 1 เสมอ

สาระที่ 3 เรขาคณิต มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- เส้นตรงเป็นคำที่ไม่นิยาม เส้นตรงมีหัวลูกศรสองด้านซึ่งแสดงว่ามีความยาวไม่จำกัด รังสีคือส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายเพียงจุดเดียว และส่วนของเส้นตรงคือส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลาย 2 จุด

- รูปเรขาคณิตสองมิติจะแสดง ความกว้างและความยาว ส่วนทรงเรขาคณิตสามมิติจะแสดงความกว้าง ความยาว และความสูง ซึ่งทรงเรขาคณิตสามมิติเกิดจากการประกอบกันของรูปเรขาคณิตสองมิติ

- เส้นสองเส้นจะขนานกันเมื่อเส้นทั้งสองเป็นเส้นตรงที่อยู่บนระนาบเดียวกัน และมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองเท่ากันเสมอ

- รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นทับกันสนิท หรือด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

- ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กล่าวว่า ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม C เป็นมุมฉาก c แทนความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมมฉากแล้วจะได้ว่า $a^2 + b^2 = c^2$ ส่วนบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส กว่าวว่า ว่า ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ที่มีด้านยาว a,b และ c หน่วย และ $a^2 + b^2 = c^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านที่ยาว c หน่วยเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

- การสะท้อน และ การหมุน มีความสัมพันธ์กัน เนื่องจาก การหมุนเป็นการสะท้อน 2 ครั้ง ผ่านเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกัน นั่นคือ ภาพที่เกิดจากการสะท้อนรูปต้นแบบ 2 ครั้ง ผ่านเส้นสะท้อน 2 เส้นที่ตัดกันเป็นมุม θ จะเหมือนกับภาพที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบรอบจุดกำเนิดด้วยมุม 2θ

- รูปหลายเหลี่ยมสองรูปใดๆ จะคล้ายกันเมื่อรูปหลายเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ

สาระที่ 4 พีชคณิต มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

- แบบรูป เป็นการแสดงลักษณะสำคัญร่วมกันของสิ่งต่างๆ เช่น ชุดของรูปเรขาคณิต หรือชุดของจำนวน

- เอกนาม คือนิพจน์ที่สามารถเขียนในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไป โดยเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก ส่วนพหุนาม คือนิพจน์ที่สามารถเขียนในรูปเอกนามหรือการบวกของเอกนามตั้งแต่ 2 เอกนามขึ้นไป

- สมการ คือ ประโยคที่เชื่อมด้วยเครื่องหมายเท่ากับ

- คำตอบของสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง ส่วนคำตอบของอสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง

- กราฟที่ได้จากระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมี 3 ลักษณะ ได้แก่ 1. กราฟที่ได้จากระบบสมการสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน จะได้ว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไม่มีคำตอบ 2.กราฟที่ได้จากระบบสมการสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นเส้นตรงสองเส้นที่ตัดกัน จะได้ว่าจุดตัดนั้นเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และ 3. กราฟที่ได้จากระบบสมการสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นเส้นตรงสองเส้นที่ทับกัน จะได้ว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบ มากมาย

- ความชันของกราฟเส้นตรงที่ขนานกับแกน x มีค่าเท่ากับ 0 ส่วนความชันของกราฟเส้นตรงที่ขนานกับแกน y หาค่าไม่ได้

- เซต A เป็นสมาชิกของเซต B ก็ต่อเมื่อ เซต A อยู่ในเซต B ส่วน เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

- ยูเนียนของเซต A และเซต B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือของทั้งสองเซต

- การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยการสังเกตลักษณะร่วมของข้อมูลหรือข้อเท็จจริงย่อย เพื่อนำไปสู่ในการสรุปเป็นหลักการหรือกรณีทั่วๆไป ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์นั้น

- r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซตของ $A \times B$ และ ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องเท่ากัน

- บทนิยามของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง กล่าวว่า $f : A \xrightarrow{1\text{-}1} B$ ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ซึ่งถ้า $y \in R_f$ จะมี $x \in D_f$ เพียงตัวเดียวที่ทำให้ $(x, y) \notin f$ ดังนั้น $R_f = B$ หรือ $R_f \subseteq B$ ก็ได้ และบทนิยามของฟังก์ชันทั่วถึง กล่าวว่า $f : A \xrightarrow{onto} B$ ก็ต่อเมื่อ $D_f = A$ และ $R_f = B$

- อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติจะเป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อจำกัดโดนเมนของฟังก์ชันตรีโกณมิตินั้นเพื่อให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

- ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล ซึ่งกราฟของฟังก์ชันทั้งสองสมมาตรกันเมื่อเทียบกับเส้นตรง y=x

- ลำดับ คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก หรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ส่วนอนุกรมเป็นผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับ

- ลำดับเลขคณิต เป็นลำดับที่มีผลต่างของพจน์สองพจน์ที่ติดกันเท่ากันเสมอ ส่วนลำดับเรขาคณิต

เป็นลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์สองพจน์ที่ติดกันเท่ากันเสมอ

- อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ f(x) เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใด ๆ

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- แผนภูมิแท่ง เป็นการนำเสนอข้อมูลที่ใช้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแสดงจำนวน หรือปริมาณของสิ่งต่าง ๆ โดยให้ความสูงหรือความยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแสดงจำนวนแต่ละรายการ ส่วนแผนภูมิรูปวงกลม เป็นการนำเสนอข้อมูลโดยใช้พื้นที่ภายในวงกลมแทนจำนวนหรือปริมาณของข้อมูลแต่ละรายการ โดยการกำหนดจำนวนในแต่ละส่วนของแผนภูมิรูปวงกลมเป็นเปอร์เซ็นต์ ผลรวมของเปอร์เซ็นต์ทั้งหมดเท่ากับ 100 เสมอ และกราฟเส้น เป็นการนำเสนอข้อมูล โดยใช้จุดและส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมต่อจุด ซึ่งจุดแต่ละจุดจะบอกจำนวนหรือปริมาณของข้อมูลแต่ละรายการ นิยมใช้กราฟเส้นกับข้อมูลที่แสดงการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง ตามลำดับก่อนหลังของเวลา

- การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง เป็นการหาค่ากลางของข้อมูล ประกอบด้วย ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็นการหาค่ากลางของข้อมูลเชิงปริมาณที่ได้จากการนำทุก ๆค่าของข้อมูลมาเฉลี่ยซึ่งไม่เหมาะกับที่มีบางค่าสูงหรือต่ำกว่าข้อมูลอื่นมาก ๆ มัธยฐานเป็นการหาค่ากลางข้อมูลเชิงปริมาณเมื่อเรียงลำดับข้อมูลจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด ส่วนฐานนิยมเป็นการหาค่ากลางข้อมูลโดยดูจากความถี่ที่สูงที่สุดซึ่งเหมาะกับทั้งข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ

- การวัดการกระจาย เป็นการหาค่าการกระจายของข้อมูลในชุดข้อมูล

- เปอร์เซ็นไทล์ เป็นการหาค่าของข้อมูลที่มีการแบ่งข้อมูลซึ่งเรียงจากน้อยไปหามากออกเป็น 100 ส่วน เช่น เปอร์เซ็นไทล์ที่ 30 คือ ค่าที่มีจำนวนข้อมูลที่น้อยกว่าหรือเท่ากับค่านี้อยู่สามสิบในหนึ่งร้อยของจำนวนข้อมูลทั้งหมด

- ค่ามาตรฐาน เป็นค่าที่ใช้ในการเปรียบเทียบข้อมูลตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปที่มาจากข้อมูลคนละชุด

- กฎการนับเบื้องต้นมี 2 ข้อ ได้แก่ 1) กฎการคูณ ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งมี k ขั้นตอน ขั้นตอนที่หนึ่งมีวิธีเลือกทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีที่ทำงานขั้นตอนที่หนึ่งมีวิธีเลือกทำขั้นตอนที่สองได้ n_2 วิธี ในแต่ละวิธีที่ทำงานขั้นตอนที่หนึ่งและขั้นตอนที่สองมีวิธีเลือกทำขั้นตอนที่สามได้ n_3 วิธี เช่นนี้ไปเรื่อย ๆจนถึงขั้นตอนสุดท้ายคือขั้นตอนที่ k ทำได้ n_k วิธี จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำงาน k อย่าง เท่ากับ $n_1 n_2 ... n_k$ วิธี และ 2) กฎการบวก ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งมีวิธีการทำงานได้ k แบบ โดยที่แบบที่ 1 มีวิธีการทำงานได้ n_1 วิธี แบบที่ 2 มีวิธีการทำงานได้ n_2 วิธี เช่นนี้ไปเรื่อย ๆจนถึงแบบที่ k มีวิธีการทำงานได้ n_k วิธี จะได้จำนวนวิธีการทำงานทั้งหมด เท่ากับ $n_1 + n_2 + ... = n_k$ วิธี

- การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ r สิ่งจาก n สิ่ง เป็นการเลือกสิ่งของ r สิ่งจาก n สิ่งมาจัดเรียงโดยสนใจลำดับการจัดเรียงที่เกิดขึ้น ส่วนวิธีการจัดหมู่สิ่งของ r สิ่งจาก n สิ่ง เป็นการเลือกสิ่งของ r สิ่งจาก n สิ่งมาจัดกลุ่มโดยไม่สนใจลำดับการจัดเรียงที่เกิดขึ้น

- แซมเปิลสเปซ คือเซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม ส่วนเหตุการณ์ คือ ผลลัพธ์ที่สนใจในการทดลองสุ่ม ซึ่งจะเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ

- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ คือ โอกาสของการเกิดเหตุการณ์นั้นเมื่อเทียบกับเหตุการณ์ที่สามารถเกิดขึ้นทั้งหมด ซึ่งความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จะมีค่าอยู่ตั้งแต่ 0 ถึง 1

วิธีดำเนินการวิจัย

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ ซึ่งมีทั้งหมด 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นขั้นตอนในการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาใน 5 สาระได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ดังรายละเอียดในหัวข้อการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง

ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งเครื่องมือในการวิจัยจะแยกเป็นสองส่วนคือ

1. เครื่องมือสำหรับผู้เชี่ยวชาญ คือ แบบประเมินความเหมาะสมของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้ 1) สร้าง และ 2) นำไปใช้

2. เครื่องมือสำหรับผู้วิจัยใช้ในการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในตารางที่ 1 เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิต จำนวน 49 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้ 1) สร้าง 2) ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ประกอบด้วย อาจารย์ระดับมหาวิทยาลัยด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ อาจารย์ระดับมหาวิทยาลัยด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ และอาจารย์ผู้สอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ประเมินความตรงตามเนื้อหา พบว่า แบบวัดมีค่าความสอดคล้องของผู้เชี่ยวชาญ (IOC) เท่ากับ 1.00 3) ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ 4) ทดลองนำร่องกับกับนิสิตชั้นปีที่ 5 สาขาการสอนคณิตศาสตร์คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 20 คน พบว่า แบบวัดมีค่าความเชื่อมั่น 0.9331 และ 5) นำไปใช้

2.2 แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสัมภาษณ์นิสิตหลังการทำแบบวัดจำนวน 20 คน โดยมีผู้เชี่ยวชาญ (กลุ่มเดียวกับที่ตรวจแบบวัดมโนทัศน์) ตรวจสอบความสอดคล้องและความเหมาะสม และเมื่อนำไปทดลองนำร่องกับนิสิตชั้นปีที่ 5 จำนวน 6 คน พบว่า แบบสัมภาษณ์สามารถใช้สัมภาษณ์นิสิตในเชิงลึกได้จริง

ขั้นตอนที่ 3 การเก็บรวบรวมข้อมูล มีขั้นตอนในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุงแล้วไปให้นิสิตที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 148 คนทำเพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นผู้วิจัยทำการตรวจแบบวัดของนิสิตแต่ละคนเพื่อทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2. ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่พบจากการตรวจแบบวัด จากนั้นผู้วิจัยเลือกนิสิตกลุ่มเป้าหมาย 20 คนที่มีคำตอบครอบคลุมทั้ง 4 กลุ่มใน 5 สาระการเรียนรู้

3. ผู้วิจัยสัมภาษณ์นิสิตกลุ่มเป้าหมายจำนวน 20 คน เพื่อวิเคราะห์เชิงลึกเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการวิจัย

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยนี้ ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณจะนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตโดยใช้สถิติร้อยละ

ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพวิเคราะห์จากข้อมูล/คำตอบ/เหตุผล ที่นิสิตตอบในแบบวัด และการสัมภาษณ์ เพื่อพิจารณามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิต

ผลการวิจัย

การนำเสนอผลวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 แสดงผลเกี่ยวกับมโนทัศน์ทาง

คณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ในภาพรวม และตอนที่ 2 แสดงผลเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ในรายชั้นปี

ตอนที่ 1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ในภาพรวม

การนำเสนอผลการวิจัยในส่วนนี้ จะเป็นการนำเสนอข้อมูลในภาพรวมที่ได้จากนิสิตที่เป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยทั้งสิ้น 148 คน ซึ่งผู้วิจัยเก็บข้อมูลจากผลการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนำผลการวิเคราะห์มาประมวลโดยจัดเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถในการตอบเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

กลุ่มที่ 4	- ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผลและมีการสื่อความหมายได้ชัดเจน	ให้ 3 คะแนน
กลุ่มที่ 3	- ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือ - ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล	ให้ 2 คะแนน
กลุ่มที่ 2	- ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน และพยายามอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนแต่ไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ	ให้ 1คะแนน
กลุ่มที่ 1	ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ	ให้ 0 คะแนน

ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2 ร้อยละของนิสิตที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกลุ่ม

ร้อยละของนิสิตในกลุ่มที่ 1	ร้อยละของนิสิตในกลุ่มที่ 2	ร้อยละของนิสิตในกลุ่มที่ 3	ร้อยละของนิสิตในกลุ่มที่ 4	รวม
25.72	29.07	37.55	7.66	100

จากตารางที่ 2 พบว่า นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ (ร้อยละ 37.55) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 3 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ตารางที่ 3 ร้อยละของนิสิตที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกลุ่มจำแนกตามชั้นปี

ชั้นปีที่ศึกษา	ร้อยละของนิสิตในแต่ละกลุ่ม				รวม
	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	กลุ่มที่ 4	
ชั้นปีที่ 1	24.61	37.82	33.07	4.50	100
ชั้นปีที่ 2	34.11	20.60	36.59	8.70	100
ชั้นปีที่ 3	22.93	32.89	33.73	10.45	100
ชั้นปีที่ 4	20.85	28.94	42.23	7.98	100

จากตารางที่ 3 พบว่า นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำแนกเป็นรายชั้นปี ดังนี้

นิสิตชั้นปีที่ 1 ส่วนใหญ่ (ร้อยละ 37.82) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 2 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง หรือ สามารถตอบคำถามถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน และพยายามอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบแต่ไม่ถูกต้องหรือสามารถตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนแต่ไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ

นิสิตชั้นปีที่ 2 3 และ 4 ส่วนใหญ่ (ร้อยละ 36.59, ร้อยละ 33.73 และร้อยละ 42.23 ตามลำดับ) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 3 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

ตอนที่ 2 แสดงผลเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ในรายชั้นปี

การนำเสนอผลการวิจัยในส่วนนี้ จะเป็นการนำเสนอข้อมูลของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ จำแนกตามรายชั้นปี ซึ่งผู้วิจัยเก็บข้อมูลจากผลการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และจากการสัมภาษณ์นิสิตกลุ่มเป้าหมาย จากนั้นนำผลการวิเคราะห์มาประมวลโดยจัดเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถในการตอบเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น รวมทั้งวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 4-7

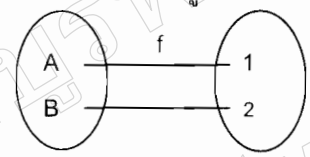
ตารางที่ 4 ร้อยละของนิสิตชั้นปีที่ 1 ที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกลุ่มจำแนกตามสาระ

สาระ	ร้อยละของนิสิตชั้นปีที่ 1 ในแต่ละกลุ่ม				รวม
	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	กลุ่มที่ 4	
จำนวนและการดำเนินการ	22.46	33.96	39.97	5.61	100
การวัด	12.25	61.28	23.53	2.94	100
เรขาคณิต	21.01	42.02	32.35	4.62	100
พีชคณิต	23.53	37.50	34.19	4.78	100
การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	40.20	24.18	32.03	3.59	100

จากตารางที่ 4 พบว่า นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามสาระดังนี้

สาระจำนวนและการดำเนินการ นิสิตส่วนใหญ่ (ร้อยละ 39.97) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 3 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล เมื่อพิจารณารายละเอียดจากการทำแบบวัด และการสัมภาษณ์ พบว่า นิสิตมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้ 1) ค่า $\pi = \frac{22}{7}$ 2) จำนวนตรรกยะคือจำนวนที่นับได้ แต่จำนวนอตรรกยะคือ จำนวนที่นับไม่ได้ 3) ทศนิยมประกอบด้วยทศนิยมรู้จบและทศนิยมไม่รู้จบ

สาระการวัด เรขาคณิต และพีชคณิต นิสิตส่วนใหญ่ (ร้อยละ 61.28, ร้อยละ 42.02 และร้อยละ 37.50 ตามลำดับ) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 2 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้องหรือสามารถตอบคำถามถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน และพยายามอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง หรือสามารถตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนแต่ไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ เมื่อพิจารณารายละเอียดจากการทำแบบวัด และการสัมภาษณ์ พบว่า นิสิตมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้ 1) ทรงกระบอกและกรวยไม่มีความสัมพันธ์กัน เนื่องจากมีลักษณะภายนอกที่ไม่เหมือนกัน 2) รังสีและเส้นตรง เกิดจากส่วนของเส้นตรงโดยรังสีเกิดจากการเติมหัวลูกศรด้านเดียว เส้นตรงเกิดจากการเติมหัวลูกศรสองด้าน 3) ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจะเป็นฟังก์ชันทั่วถึงเสมอ ดังรูป



สาระการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น นิสิตส่วนใหญ่ (ร้อยละ 40.20) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 1 กล่าวคือ นิสิตตอบคำถามไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ เมื่อพิจารณารายละเอียดจากการทำแบบวัด และการสัมภาษณ์ พบว่า นิสิตมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยนิสิตเข้าใจว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่อาจไม่เกิดหรือเกิดเพียงนิดเดียว เท่ากับ 0 เสมอ

ตารางที่ 5 ร้อยละของนิสิตชั้นปีที่ 2 ที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกลุ่มจำแนกตามสาระ

สาระ	ร้อยละของนิสิตชั้นปีที่ 2 ในแต่ละกลุ่ม				รวม
	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	กลุ่มที่ 4	
จำนวนและการดำเนินการ	24.89	26.19	40.04	8.88	100
การวัด	30.16	28.57	34.13	7.14	100
เรขาคณิต	31.97	19.39	35.03	13.61	100
พีชคณิต	35.42	19.34	36.46	8.78	100
การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	47.35	11.64	35.45	5.56	100

จากตารางที่ 5 พบว่า นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามสาระดังนี้

สาระจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต และพีชคณิต นิสิตส่วนใหญ่ (ร้อยละ 40.04, ร้อยละ 34.13, ร้อยละ 35.03 และร้อยละ 36.46 ตามลำดับ) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 3 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล เมื่อพิจารณารายละเอียดจากการทำแบบวัด และการสัมภาษณ์ พบว่า นิสิตมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้ 1) ร้อยละ เป็นความรู้ที่ใช้ในการแบ่งของเป็นส่วนๆ 2) $\cos 3\theta$ เมื่อ θ เป็นมุมใดๆ มีค่าตั้งแต่ -3 ถึง 3 3) การสะท้อนและการหมุนไม่มีความสัมพันธ์กัน หรือ การสะท้อนและการหมุน มีความสัมพันธ์กัน เนื่องจากเป็นลักษณะของการแปลงทางเรขาคณิตเหมือนกัน 4) สมาชิกของเซตเหมือนกับสับเซต

สาระการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น นิสิตส่วนใหญ่ (ร้อยละ 47.35) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 1 กล่าวคือ นิสิตตอบคำถามไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ เมื่อพิจารณารายละเอียดจากการทำแบบวัด และการสัมภาษณ์ พบว่า นิสิตมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยนิสิตเข้าใจว่า ข้อมูลเชิงคุณภาพ (เช่น เบอร์รองเท้า) สามารถหาค่าการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้

ตารางที่ 6 ร้อยละของนิสิตชั้นปีที่ 3 ที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกลุ่มจำแนกตามสาระ

สาระ	ร้อยละของนิสิตชั้นปีที่ 3 ในแต่ละกลุ่ม				รวม
	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	กลุ่มที่ 4	
จำนวนและการดำเนินการ	24.59	31.02	29.95	14.44	100
การวัด	18.63	33.33	40.20	7.84	100
เรขาคณิต	21.85	33.61	31.09	13.45	100
พีชคณิต	19.12	38.60	34.19	8.09	100
การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	31.37	24.18	35.30	9.15	100

จากตารางที่ 6 พบว่า นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามสาระดังนี้

สาระจำนวนและการดำเนินการ เรขาคณิต และพีชคณิต นิสิตส่วนใหญ่ (ร้อยละ 31.02, ร้อยละ 33.61 และร้อยละ 38.60 ตามลำดับ) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 2 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง หรือ สามารถตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วนแต่ไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ เมื่อพิจารณารายละเอียดจากการทำแบบวัด และการสัมภาษณ์ พบว่า นิสิตมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้ 1) จำนวนคือ การนำตัวเลขต่างๆมาประกอบกัน และตัวเลขคือ

เลขโดดเท่านั้น เช่น 94 เป็นจำนวนที่ประกอบด้วยตัวเลข 9 และตัวเลข 4 2) เส้นที่จะขนานกันเป็นเส้นโค้งหรือเส้นหักได้ 3) กราฟของฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล และ กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม ไม่มีความสัมพันธ์กัน

สาระการวัด การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น นิสิตส่วนใหญ่ (ร้อยละ 40.20 และร้อยละ 35.30 ตามลำดับ) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 3 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล นอกเมื่อพิจารณารายละเอียดจากการทำแบบวัด และการสัมภาษณ์ พบว่า นิสิตมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้ 1) เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ คือ สมการที่มีอัตราส่วนตรีโกณมิติปรากฏอยู่ หรือ เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ คือ การเท่ากันของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ต่างกัน 2) จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเป็นการจัดลำดับของสมาชิกที่ถูกเลือกทีละตัว ส่วนการจัดหมู่เป็นการนำสิ่งของมาจัดเป็นกลุ่มๆ จึงทำให้การเรียงสับเปลี่ยนมีวิธีมากกว่าการจัดหมู่

ตารางที่ 7 ร้อยละของนิสิตชั้นปีที่ 4 ที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละกลุ่มจำแนกตามสาระ

สาระ	ร้อยละของนิสิตชั้นปีที่ 4 ในแต่ละกลุ่ม				รวม
	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	กลุ่มที่ 4	
จำนวนและการดำเนินการ	23.47	33.06	37.36	6.11	100
การวัด	16.37	27.27	49.09	7.27	100
เรขาคณิต	18.96	35.59	37.14	8.31	100
พีชคณิต	16.70	28.64	44.77	9.89	100
การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	29.50	20.40	43.03	7.07	100

จากตารางที่ 7 พบว่า ในสาระจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 4 ส่วนใหญ่ (ร้อยละ 37.36, ร้อยละ 49.09, ร้อยละ 37.14, ร้อยละ 44.77 และร้อยละ 43.03 ตามลำดับ) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 3 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล เมื่อพิจารณารายละเอียดจากการทำแบบวัด และการสัมภาษณ์ พบว่า นิสิตมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้ 1) ไม่สามารถเขียนจำนวนอตรรกยะด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ เพราะว่า ไม่สามารถหาค่าที่แท้จริงของจำนวนตรรกยะได้ หรือจุดบนเส้นจำนวนแทนจำนวนตรรกยะเท่านั้น 2) ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เหมือนกัน เนื่องจากหน่วยวัดปริมาตร และหน่วยวัดพื้นที่ใช้แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับหน่วยวัดความยาว โดยเติมคำว่า ลูกบาศก์ และตารางนำหน้า 3) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมเท่ากันมุมต่อมุม จะเท่ากันทุกประการ 4) มีลำดับบางลำดับเป็นทั้งลำดับเลขคณิตและ ลำดับเรขาคณิต เช่น ลำดับ $a_n = \frac{n+2}{2n}$ 5) เปอร์เซ็นต์ไทล์เหมือนกับเปอร์เซ็นต์

อภิปรายผล

จากผลการวิจัยที่พบว่า นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ (ร้อยละ 37.55) มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มที่ 3 กล่าวคือ นิสิตสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือสามารถตอบคำถามถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล สอดคล้องกับผลการวิจัยของอัมพร ม้าคนอง (2545: 65, 80) ที่พบว่านิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ โดยการตอบคำถามนิสิตอธิบายคำตอบโดยใช้การอธิบายเชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ซึ่งสาเหตุอาจเนื่องมาจาก

1. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนระดับมัธยมศึกษามักเป็นการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่ได้เน้นให้ผู้เรียนแสดงเหตุผลหรือแนวคิดประกอบจึงทำให้ผู้เรียนเข้าใจเพียงขั้นตอนหรือกระบวนการในการหาคำตอบเท่านั้น แต่ผู้เรียนจะไม่เข้าใจถึงที่มาของขั้นตอนในการหาคำตอบเหล่านั้น โดยผู้สอนเริ่มต้นด้วยการให้ความรู้ที่เป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามต่างๆ ตามด้วยการให้ตัวอย่างที่แสดงการใช้สิ่งเหล่านั้นในการแก้ปัญหา รวมทั้งแบบฝึกหัดที่มอบหมายให้ผู้เรียนทำก็จะมีลักษณะคล้ายกับตัวอย่างที่ให้ ซึ่งการสอนแบบนี้ไม่ได้ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดและค้นพบความรู้เชิงมโนทัศน์ด้วยตัวเอง สอดคล้องกับแนวคิดของ สสวท (2555: 129) ที่ระบุว่า วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มุ่งเน้นที่การสอนเนื้อหาและทักษะการคิดคำนวณ โดยบอกวิธีทำ ให้ตัวอย่าง และให้นักเรียนทำตามตัวอย่าง โดยไม่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและค้นหาความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาด้วยตัวเอง นั่นคือการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนระดับมัธยมศึกษามุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้คณิตศาสตร์ในเชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ มากกว่าการมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้คณิตศาสตร์ในเชิงมโนทัศน์

2. การสอนเนื้อหาต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์มักสอนเป็นบทๆ หรือเป็นเรื่องๆ แยกจากกัน โดยผู้สอนบางคนอาจสอนเฉพาะเนื้อหาที่ตนเองรับผิดชอบโดยไม่มีการเชื่อมโยงไปสู่เนื้อหาที่เกี่ยวข้องและได้เรียนรู้มาแล้ว เช่น ผู้สอนระดับประถมศึกษาก็สอนเน้นที่เรื่องจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม ผู้สอนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นก็สอนเน้นที่เรื่องจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ ส่วนผู้สอนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายก็สอนเน้นที่เรื่องของจำนวนจริง โดยไม่ได้ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ในเชิงมโนทัศน์ของเรื่องระบบจำนวน ซึ่งเป็นภาพรวมที่สำคัญที่ทำให้ผู้เรียนเห็นความเกี่ยวข้องของเนื้อหาทั้งหมด เป็นต้น ซึ่งการที่ผู้เรียนมองเห็นภาพรวมของเนื้อหาต่างๆ จะเป็นส่งเสริมให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการนำไปประยุกต์ ดังคำกล่าวของพร้อมพรรณ อุดมสิน (2542: 8) ที่กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาควรมีความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาด้วย เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เนื้อหาเกี่ยวข้องกันเสมือนเป็นลูกโซ่ ซึ่งถ้าขาดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ดีแล้วก็เป็นการยากที่จะเรียนเนื้อหาต่อเนื่องต่อไป เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มีลักษณะคล้ายกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนได้รับมาจากโรงเรียน (Fennema & Franke, 1992) และสอดคล้องกับแนวคิดของ สสวท (2555: 61) ที่ระบุว่าการมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องจะทำให้สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นได้ดีด้วย

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลการวิจัยไปใช้

1. จากผลการวิจัยที่พบว่า นิสิตส่วนใหญ่อธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แต่ไม่ชัดเจน นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องควรส่งเสริมให้นิสิตเกิดการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากขึ้น เพื่อในอนาคตนิสิตเหล่านี้จะเป็นครูผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจะได้สามารถสอนและปลูกฝังให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และที่สำคัญความรู้เชิงมโนทัศน์จะช่วยให้นิสิตเข้าใจขั้นตอนหรือกระบวนการที่ใช้อยู่เป็นประจำ

2. จากผลการวิจัยที่พบว่า นิสิตส่วนใหญ่ยังคงมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์นั้น ผู้ที่ผลิตบัณฑิตที่จะไปเป็นครูคณิตศาสตร์ในอนาคต ควรมีการเปิดสอนรายวิชาที่เกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาแก่นิสิต เพื่อให้นิสิตมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาเชิงเหตุและผลว่าเพราะเหตุใดนิสิตอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้การอ้างอิงความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่ชัดเจนและมีการอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการชัดเจนมากกว่า

2. ควรมีการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอื่นๆ ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ เช่น ระดับประถมศึกษา หรือระดับมหาวิทยาลัย

เอกสารอ้างอิง

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2545). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2545).* กรุงเทพมหานคร: อัมรินทร์พริ้นติ้ง.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2542). *เอกสารการสอน วิชาคณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยมศึกษา*. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทดสอบทางการศึกษา, สำนัก. (2556). *ทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปี 2553-2555* [Online]. http://www.niets.or.th.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2555). *คณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ.* กรุงเทพมหานคร: บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด

_____. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปผู้บริหาร.* กรุงเทพมหานคร: บริษัท แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส จำกัด

อัมพร ม้าคนอง. (2545). รายงานวิจัย เรื่อ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2552). *รายงานวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง*. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Brown, D.V. (1992). Using Examples and Analogies to Remediate Misconceptions in Physics: Factors Influencing Conceptual Change. *Journal of Research in Science and Teaching.* 29: 17-34.

Fennema, E. & Franke, M.L. (1992). Teachers' Knowledge and its impacy. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp 147-164). NewYork: Macmillan.

Kamaii, C. & Dominick, A. (1997). To teach or not to teach algorithms. *Journal of Mathematical Behavior.* 16(1): 51-61.

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University