

การพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา

The Development of Students' Relational Thinking in Mathematics Problem Solving Classroom

บงกช นิมตระกุล*

b.nimtrakul@hotmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหา ประโยคเปิดของจำนวน และ 2) ศึกษาการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้น กระบวนการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียน ไทยรัฐวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี จำนวน 25 คน ในหน่วยการเรียนรู้เรื่องการบวก ลบระคน จากหนังสือเรียน คณิตศาสตร์สำหรับระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ที่จัดทำขึ้นภายใต้ความร่วมมือระหว่าง Center for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED), University of Tsukuba ประเทศ ญี่ปุ่น และศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ผลการวิจัยพบว่า 1) ก่อนการสร้าง ชั้นเรียนให้เป็นชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 85 ใช้วิธีการคิดเชิงเลขคณิตในการ แก้ปัญหา มีนักเรียนเพียงร้อยละ 15 ที่แสดงให้เห็นถึงการคิดเชิงความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหา 2) ภายหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดในฐานะที่เป็นชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียน ร้อยละ 75 เปลี่ยนวิธีการคิดจากการคิดเชิงเลขคณิตมาใช้ในการคิดเชิงความสัมพันธ์ นักเรียนร้อยละ 25 ยังคงใช้การ คิดเชิงเลขคณิตอยู่เหมือนเดิม จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่ใช้การคิดเชิงเลขคณิตในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของ จำนวนพบว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้การคิดลักษณะนี้ แต่ไม่มีความคุ้นเคยประกอบกับในชั้นเรียนที่เคย เรียนมาไม่ได้ถูกส่งเสริมให้แก้ปัญหาโจทย์ด้วยวิธีนี้

คำสำคัญ : การคิดเชิงความสัมพันธ์ การคิดเชิงเลขคณิต ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา

*ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี

Abstract

The purposes of this research were: 1) to study the mathematical thinking of students in solving number problems, and 2) to study the development of students' relational thinking in mathematics problem solving classroom. The participants consisted of 25 Grade-2 students in the academic year of 2015 at Thai-Rat Vittaya School, Lopburi Province under the context of problem solving classroom in plus and minus learning unit from mathematics textbook for grade 2 (vol 2), which conducted by collaboratively between Center for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED), University of Tsukuba, Japan and Center for research in Mathematics Education, Faculty of Education, KhonKaen University, Thailand. The findings were as follows: 1) Before mathematics problem solving classroom was conducted, most of the participants (85%) used the computational thinking for solving number problem, and 15% used the relational thinking, 2) After mathematics problem solving classroom by open approach as teaching approach, 75% of the students changed their approach from computational thinking to relational thinking for solving number problems, but 25% of the students still used computational thinking for solving number problems. Based on the interviewing with students who used computational thinking for solving number problem, it was found that these students could use relational thinking but they were not familiar as well as they were not encouraged to use this approach in working on solving problems.

Keywords: relational thinking, arithmetic thinking, mathematics problem solving classroom

บทนำ

ชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาเป็นชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดเป็นวิธีการสอนโดยพิจารณาการจัดการเรียนรู้ในฐานะที่เป็นการบูรณาการระหว่างเนื้อหา ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์เข้าด้วยกันโดยครูจะพยายามให้นักเรียนได้เข้าไปเกี่ยวข้องกับการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เริ่มต้นจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ (Inprasitha, 2010) นอกจากนี้ชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหายังมีการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยวิธีการแก้ปัญหานั้นจำเป็นต้องอาศัยสิ่งที่ไม่ใช่แค่แบบฝึกหัด แต่ต้องเป็นสิ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนได้รับอิสระในการทำกิจกรรม เปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้

อย่างเต็มศักยภาพ และมีแนวทางการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, 2546) หลังจากการแก้ปัญหาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา ครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงและอธิบายแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกับเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ ด้วยลักษณะของชั้นเรียนดังกล่าว แตกต่างจากชั้นเรียนแบบเดิมที่เน้นความรู้ในเนื้อหาวิชา และการทำแบบฝึกหัดเพื่อให้เข้าใจในเนื้อหาเท่านั้น ครูยังเน้นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการวัดผลสัมฤทธิ์ผ่านการใช้แบบทดสอบ โดยไม่ได้ให้ความสำคัญกับกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, 2546)

การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการคิดทางคณิตศาสตร์รูปแบบหนึ่งที่มีความสำคัญในการเปลี่ยนผ่านการคิดจากเลขคณิตไปสู่พีชคณิต (Carpenter et al., 2003) มีหลักฐานปรากฏชัดเจนว่านักเรียนที่ประสบกับความยุ่งยากในการเรียนพีชคณิตเกิดมาจากการขาดความรู้พื้นฐานทางเลขคณิต (Lincheski & Hersovics, 1994) การคิดเชิงความสัมพันธ์ถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับประโยคเปิดของจำนวน (Number sentences) ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญของการเรียนเลขคณิตในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา (Molina & Ambrose, 2008) นักเรียนส่วนใหญ่หาคำตอบของปัญหาในลักษณะดังกล่าวเพียงวิธีคำนวณทางเลขคณิตโดยไม่ได้มองเห็นถึงความสัมพันธ์ของจำนวนและการดำเนินการทางจำนวนที่มีอยู่ การแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนโดยการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์จะเป็นการเตรียมความพร้อมทางความคิดและเป็นการวางรากฐานที่สำคัญในการเรียนพีชคณิต (Stephens et al., 2007)

Stephens et al. (2007) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงความสัมพันธ์ไว้ว่า การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและการดำเนินการทางจำนวนในประโยคเปิดของจำนวนและสามารถหาคำตอบได้โดยไม่ต้องใช้เพียงวิธีการคำนวณทางเลขคณิตต่างกับการคิดเชิงเลขคณิตที่เป็นวิธีการคิดคำนวณตามขั้นตอนของการดำเนินการทางจำนวนโดยไม่มีคำนึงถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน นักเรียนใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์เป็นวิธีการในการหาคำตอบของประโยคเปิดของจำนวนโดยอาศัยหลักการชดเชยและการสมมูล การแปลงประโยค เช่น $78+45$ ให้อยู่ในรูป $80+43$ ซึ่งสมมูลกับประโยคเดิมโดยการบวกเพิ่มให้ 78 อีก 2 และนำ 2 ออกจาก 45 เป็นความสามารถในการมองเห็นความเปลี่ยนแปลงที่เป็นไปได้ระหว่างจำนวนในประโยคเปิดของจำนวน (Stephens, 2006) การคิดในลักษณะดังกล่าวจะเป็นการสร้างบริบทพื้นฐานที่ดีในการเรียนรู้

เลขคณิตด้วยการเน้นเกี่ยวกับสมบัติของการดำเนินการผ่านประโยคเปิดของจำนวน

Stephens et al. (2007) ได้สำรวจการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนของนักเรียนระดับเกรด 5 6 และ 7 ในประเทศญี่ปุ่น ออสเตรเลีย และไทย การศึกษาครั้งนี้เป็นการให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในแต่ละประเทศทำการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนซึ่งได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 กลุ่มโดยให้นักเรียนเขียนคำตอบที่ถูกต้องและเขียนอธิบายวิธีคิดของตนเองให้ชัดเจน ผลการวิจัยบ่งชี้ว่านักเรียนไทยทั้ง 3 ระดับชั้นส่วนใหญ่ยังคงใช้วิธีการคำนวณทางเลขคณิต (computational approach) กับปัญหาทั้ง 3 กลุ่ม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), (2552) ได้ศึกษาวิธีคิดของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนกลุ่มนี้มีการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนเป็นอย่างไรผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนของนักเรียนส่วนใหญ่ยังอยู่ในระดับต่ำ และจากการสัมภาษณ์นักเรียนในภาพรวมพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้การคิดในลักษณะนี้แต่ไม่มีความคุ้นเคย ประกอบกับในชั้นเรียนไม่ได้ถูกส่งเสริมให้แก้ปัญหาด้วยวิธีการนั้นนอกจากนี้ Molina & Ambrose (2008) ได้ศึกษาวิธีคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการคิดเชิงเลขคณิตในการแก้ปัญหาในเนื้อหาการบวกเลข 2 หลัก เมื่อให้นักเรียนได้ลองใช้วิธีการอื่นในการหาคำตอบ พบว่านักเรียนสามารถใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ได้แต่ไม่มีความคุ้นเคยจึงไม่เลือกใช้

จากผลการศึกษาข้างต้นเป็นสิ่งยืนยันได้ว่าบริบทของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนแบบเดิมไม่ตอบสนองต่อการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การวิจัยนี้จึงได้ทำการศึกษาในบริบทของชั้นเรียน

คณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา โดยจะอาศัย ปัญหาปลายเปิดเป็นตัวขับเคลื่อนกระบวนการเรียนรู้ด้วย เหตุนี้การพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ภายใต้บริบท ของชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา จึงเป็นแนวทางที่มีประสิทธิภาพแนวทางหนึ่งในการผลักดันให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

วัตถุประสงค์การวิจัย

- 1) เพื่อศึกษาลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวน
- 2) เพื่อศึกษาการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการ แก้ปัญหา

สมมติฐานการวิจัย

ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์แก้ปัญหา ประโยคเปิดของจำนวนมากกว่าการคิดเชิงเลขคณิต

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้กรอบแนวคิดวิธีการแบบปิด ในฐานะที่เป็นวิธีการสอน ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ชี้นำเสนอสถานการณ์ปัญหา

ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาโดยเริ่มต้นด้วย สถานการณ์ปัญหาที่คุ้นเคย เพื่อทบทวนความรู้เดิมที่ นักเรียนได้เรียนรู้มาก่อนหน้า และนำเสนอสถานการณ์ ปัญหาเป้าหมายเพื่อให้เกิดการสร้างความรู้ใหม่โดย อาศัยความรู้เดิมที่มีอยู่ อาศัยสื่อหลักเป็นตัวนำเสนอ สถานการณ์ปัญหาประกอบการเล่าเรื่อง

2. ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ในสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย และดำเนินการ แก้ปัญหาเป็นกลุ่มในสถานการณ์ปัญหาเป้าหมาย

3. ขั้นอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน

ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่เมื่อนักเรียนได้แก้ ปัญหาด้วยตนเองและอาจไม่ประสบความสำเร็จใน การแก้ปัญหา การอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มย่อยใน เบื้องต้นอาจทำให้นักเรียนได้ค้นพบแนวทางที่ถูกต้องใน การแก้ปัญหา หรือการที่มีโอกาสได้รับฟังและแลกเปลี่ยน แนวคิดกับเพื่อนคนอื่น ๆ ในชั้นเรียนก็จะทำให้นักเรียน ได้ย้อนกลับไปนึกถึงความรู้ที่ได้เรียนมาเพื่อนำมาแก้ไข วิธีการของตนเองได้

4. ขั้นการสรุปเพื่อเชื่อมโยงความคิด

ภายหลังจากที่นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยน แนวคิดกัน ครูจะมีบทบาทในการที่จะต้องสรุปแนวคิด ที่อาจเป็นแนวคิดที่กระจัดกระจายให้เป็นแนวคิดที่มี รูปแบบที่สมบูรณ์ ชัดเจน

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนไทยรัฐวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนไทยรัฐวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี จำนวน 25 คน

การเก็บรวบรวมข้อมูล

เพื่อศึกษาการพัฒนาความสามารถในการคิดเชิง ความสัมพันธ์ ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการดำเนินการ วิจัยออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การศึกษาบริบทแวดล้อมของโรงเรียน ที่เป็นพื้นที่ในการวิจัย

การศึกษาบริบทของโรงเรียนที่เป็นพื้นที่วิจัย ผู้วิจัยใช้การวิจัยเชิงชาติพันธุ์วรรณนาเพื่อศึกษาบริบท แวดล้อมของโรงเรียนที่เป็นพื้นที่วิจัย การเก็บข้อมูลใช้วิธี การสังเกต การสังเกตแบบมีส่วนร่วม และการสัมภาษณ์

ในการศึกษา 3 ประเด็น ดังนี้ 1) บริบทของโรงเรียน 2) บริบทของชั้นเรียน และ 3) บริบทการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ระยะที่ 2 การศึกษาลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบสอบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์

การศึกษาลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งพัฒนาโดย Stephens et al. (2007) นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนไทยรัฐวิทยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 25 คน

ระยะที่ 3 การสร้างชั้นเรียนให้เป็นชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาโดยอาศัยวิธีการแบบเปิดเป็นวิธีการสอนและเป็นตัวขับเคลื่อนกระบวนการเรียนรู้เพื่อศึกษาการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2/1 โรงเรียนไทยรัฐวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โดยให้กลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์ก่อนเรียน หลังจากนั้นให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่พัฒนาขึ้นจำนวน 15 คาบ ในระหว่างที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผู้วิจัยไม่เข้าไปแทรกแซงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูผู้สอนหลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนทำแบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์หลังเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย

1. แบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์ เป็นแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้นโดย Stephens et al. (2007) โดยแบ่งออกเป็น 4 กลุ่มคำถามรวมจำนวน 12 ข้อ ประกอบด้วย กลุ่ม A เป็นประโยคเปิดของจำนวนที่มี

การดำเนินการบวกโดยให้เติมจำนวนที่หายไป 1 จำนวน กลุ่ม B เป็นประโยคเปิดของจำนวนที่มีการดำเนินการลบโดยให้เติมจำนวนที่หายไป 1 จำนวน กลุ่ม C เป็นประโยคเปิดของจำนวนที่มีการดำเนินการทั้งบวกและลบโดยให้เติมจำนวนที่หายไป 1 จำนวน และกลุ่ม D เป็นประโยคเปิดของจำนวนที่มีการดำเนินการบวกโดยให้เติมจำนวนที่หายไปทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ

2. แผนการจัดการเรียนรู้ สร้างโดยผู้วิจัย ครูผู้สอนและครูผู้สังเกตในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนไทยรัฐวิทยาในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง การบวก ลบ ระคน จากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์สำหรับระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่จัดทำขึ้นภายใต้ความร่วมมือระหว่าง Center for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED), University of Tsukuba ประเทศญี่ปุ่น และศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น แผนการจัดการเรียนรู้ที่ร่วมกันสร้างถูกนำไปใช้ในการสอนจริงกับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยและครูผู้สังเกตดำเนินการสังเกตเพื่อจดบันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังสอนที่มสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกันสะท้อนผลนำผลที่ได้จากการสะท้อนผล และหลักฐานเชิงประจักษ์ของนักเรียนมาใช้ในการพัฒนาสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดเพื่อนำไปใช้ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัยกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบบันทึกภาคสนามผู้วิจัยเป็นผู้สร้างชั้นเพื่อใช้สำหรับบันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาและวิธีคิดทั้งหมดในขณะที่นักเรียนทำการแก้ปัญหา

4. แบบสัมภาษณ์ผู้วิจัยเป็นผู้สร้างชั้นประกอบด้วยแนวคำถามลักษณะต่าง ๆ ได้แก่ คำถามหลักซึ่งเป็นคำถามที่จัดลำดับไว้พอเป็นแนวทางที่จะนำไปสู่จุดมุ่งหมายของการวิจัยตามแนวคิดของ Schoenfeld (1992) และคำถามเพื่อขอรายละเอียดและความชัดเจน

ใช้เมื่อผู้ให้สัมภาษณ์ตอบคำถามหลักแล้วแต่ยังไม่ละเอียดชัดเจนพอ

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยระยะที่ 1

ผู้วิจัยใช้วิธีการวิเคราะห์เอกสารและ วิเคราะห์ข้อมูลในรูปโพโตคอลจากการสัมภาษณ์ผู้บริหารสถานศึกษา

2. การวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยระยะที่ 2

การวิเคราะห์ความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนตามแนวคิดของ Stephens et al. (2007) โดยมีรายละเอียดดังนี้

คะแนน 0 หมายถึง ใช้การคำนวณแบบเลขคณิตแต่เพียงอย่างเดียวในทุกคำถาม

คะแนน 1 หมายถึงมีความพยายามที่จะใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์อย่างน้อย 1 คำถามแต่ไม่ประสบความสำเร็จ

คะแนน 2 หมายถึงมีความพยายามที่จะใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์อย่างน้อย 1 คำถามและประสบความสำเร็จ

คะแนน 3 หมายถึง มีความพยายามที่จะใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์อย่างน้อย 2 คำถามและประสบความสำเร็จ

คะแนน 4 หมายถึง ทุกคำถามถูกแก้ปัญหาโดยใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์และประสบความสำเร็จ

3. การวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยระยะที่ 3

การวิเคราะห์การพัฒนาความสามารถด้านการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนภายหลังการจัดการเรียนการสอน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนตามแนวคิดของ Stephens et al. (2007) และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้คำร้อยละ

ผลการวิจัย

ผลการวิจัยระยะที่ 1: การศึกษาบริบทแวดล้อมของโรงเรียนที่ใช้เป็นพื้นที่ในการวิจัย

1. บริบทของโรงเรียน

โรงเรียนไทยรัฐวิทยามีลักษณะเป็นโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา ตั้งอยู่ที่ หมู่ 1 บ้านหัวช้าง อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี สังกัดคณะกรรมการการประถมศึกษา จังหวัดลพบุรี จัดการศึกษาในระดับอนุบาลถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ครูประจำการ จำนวน 20 คน เป็นชาย 1 คน หญิง 19 คน จำนวนนักเรียนทุกระดับชั้นรวมทั้งสิ้น 385 คน

2. บริบทของชั้นเรียน

โรงเรียนไทยรัฐวิทยาจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบปกติ คือเป็นชั้นเรียนที่ครูผู้สอนมีหน้าที่ในการบรรยาย อธิบาย ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญเพื่อให้ นักเรียนทำตามเป้าหมายที่ครูได้กำหนดไว้ การดำเนินการสอนโดยครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียนตามแนวทางของครู ให้การบ้านและแบบฝึกหัดกับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนสิ่งที่เรียนรู้แล้วในห้องเรียน

3. บริบทการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

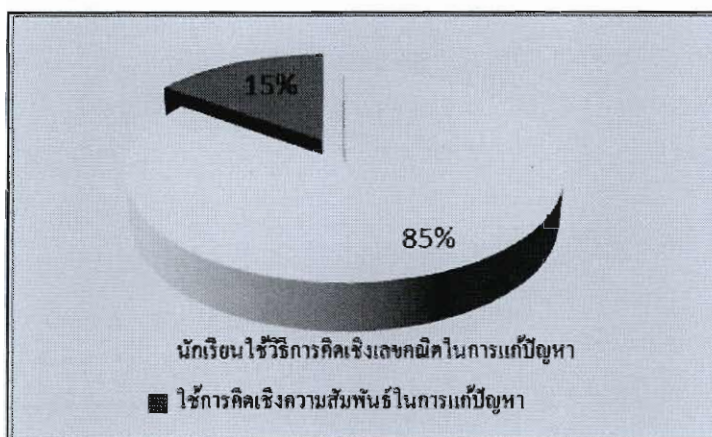
ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของโรงเรียนไทยรัฐวิทยา นักเรียนได้เรียนรู้ตามแนวทางการจัดการเรียนการสอนโดยมีครูเป็นผู้บรรยายและกำหนดวิธีการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน จากการสัมภาษณ์ครูประจำชั้นซึ่งเป็นครูผู้สอนในวิชาคณิตศาสตร์ด้วย พบว่าในการคิดคำนวณในเรื่องการบวกและการลบ นักเรียนใช้วิธีการนับเพิ่มนับลดเป็นแนวทางนำไปสู่การหาคำตอบ

ผลการวิจัยระยะที่ 2 : การศึกษาลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากแบบสอบวัดการคิดทางคณิตศาสตร์

การวิจัยในระยะที่ 2 เป็นการศึกษาลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยให้นักเรียนที่

เป็นกลุ่มตัวอย่างทำแบบสอบถามวัดการคิดทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นโดย Stephens et al.(2007) วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนตามแนวคิดของ Stephens et al. (2007) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ร้อยละ 85 ใช้วิธีการคิดเชิงเลขคณิตในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวน มีนักเรียนเพียงร้อยละ 15 ที่แสดงให้เห็นถึงการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ในการ

แก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนนักเรียนให้ความเห็นว่าการคิดเชิงเลขคณิตเป็นวิธีการที่คุ้นเคยและใช้มาตั้งแต่เริ่มเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ส่วนครูผู้สอนได้ให้ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมในประเด็นของการเรียนคณิตศาสตร์โดยการเริ่มต้นของการใช้ “การนับ” ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการคิดเชิงเลขคณิต ลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถแสดงได้ดังกราฟต่อไปนี้



ภาพที่ 1 กราฟแสดงลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ผลการวิจัยระยะที่ 3 : การพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา

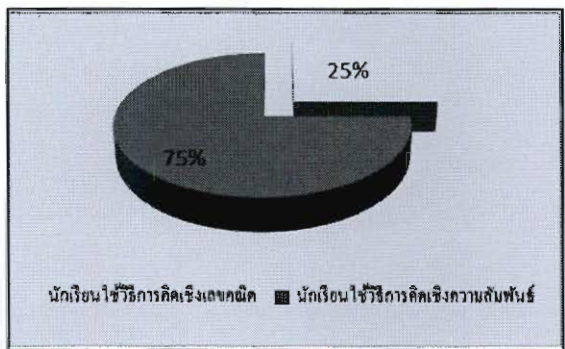
การวิจัยในระยะที่ 3 เป็นการศึกษการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนภายใต้บริบทของชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา ก่อนที่จะเริ่มต้นการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์(การวิจัยระยะที่ 2) หลังจากนั้นให้นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่พัฒนาขึ้นจำนวน 15 คาบ ในระหว่างที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยไม่เข้าไปแทรกแซงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูผู้สอน โดยครูจะพยายามให้นักเรียนได้เข้าไปเกี่ยวข้องกับการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เริ่มต้นจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้

ชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหานี้ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย หลังจากแก้ปัญหาครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนคนอื่น ๆ หลังจากเสร็จสิ้นกิจกรรมการเรียนการสอนจำนวน 15 คาบเรียน นักเรียนทำแบบทดสอบการคิดเชิงความสัมพันธ์อีกครั้ง เพื่อศึกษาการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียน

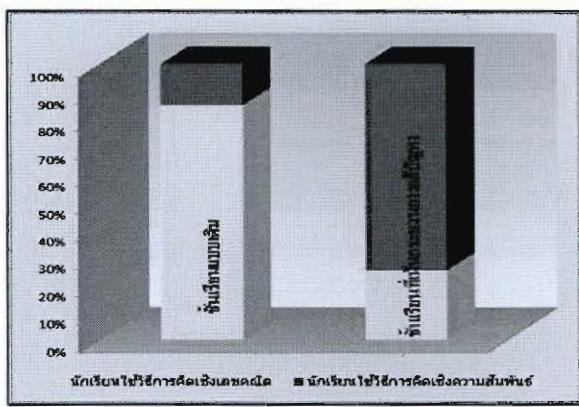
ผลการวิจัยพบว่านักเรียนร้อยละ 75 เปลี่ยนวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์จากการคิดเชิงเลขคณิตมาใช้ในการคิดเชิงความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนนักเรียน ร้อยละ 25 ยังคงใช้การคิดเชิงเลขคณิตอยู่เหมือนเดิม จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่ใช้การคิดเชิงเลขคณิตในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนพบว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์

แต่ไม่มีความคุ้นเคย ประกอบกับในชั้นเรียนที่เคยเรียนมาไม่ได้ถูกส่งเสริมให้แก้ปัญหาโจทย์ด้วยวิธีนี้ จากผลการวิจัยพบได้ว่าชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นบริบทที่ส่งผลให้นักเรียนเกิดกระบวนการ

คิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างจากกระบวนการคิดแบบเดิม สามารถใช้แนวคิดผลักดันให้เกิดกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย ผลการวิจัยระยะที่ 3 สามารถแสดงได้ดังกราฟต่อไปนี้



ภาพที่ 2 กราฟแสดงลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน



ภาพที่ 3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การอภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยอภิปรายผลการวิจัยตามระยะของการวิจัย รายละเอียดดังนี้

1. การอภิปรายผลการวิจัยระยะที่ 1

1) บริบทของโรงเรียน

อธิบายถึงสภาพแวดล้อมในการจัดการเรียนการสอนของโรงเรียน ที่มีลักษณะเป็นชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่มีวัฒนธรรมเกี่ยวกับการเรียนการสอนในลักษณะที่ครูเป็นผู้ส่งต่อหรือถ่ายทอดความรู้คณิตศาสตร์ไปยังนักเรียนนั้น กิจกรรมส่วนใหญ่ถูกสร้างขึ้นเพื่อให้

นักเรียนได้รับการฝึกทักษะในการคำนวณ การท่องจำสูตร และทำแบบฝึกหัดเป็นจำนวนมากและครูทำหน้าที่เป็นผู้ตรวจความถูกต้องที่โต๊ะของนักเรียน

2) บริบทของชั้นเรียน

อธิบายถึงการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเฉพาะการสอนเลขคณิต ซึ่งเป็นเนื้อหาสาระที่มีความสำคัญในระดับประถมศึกษา ครูยังคงให้คุณค่ากับการเรียนรู้แบบจดจำเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการในการดำเนินการกับจำนวนโดยไม่รู้ความหมาย เด็กนักเรียนจึงประสบกับ

ความยุ่งยากในการจัดโครงสร้างการนำเสนอภายใน (internal representation) เกี่ยวกับปัญหาเลขคณิตอย่างเหมาะสม

3) บริบทการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

อธิบายถึงลักษณะของผู้เรียนที่เป็นผลจากชั้นเรียนที่นักเรียนเป็นฝ่ายรับข้อมูล ที่สะท้อนให้เห็นว่าเป้าหมายของชั้นเรียนดังกล่าวนี้ต้องการเพียงแค่นักเรียนสามารถแสดงวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างได้เท่านั้น แต่ไม่ได้มุ่งให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอด ยุทธวิธีหรือแม้แต่คุณลักษณะทางด้านคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถบรรลุเป้าหมายของการเรียนรู้ที่สำคัญได้ ตัวอย่างเช่นความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอด ความเข้าใจเชิงวิธีการความสามารถในการปรับความรู้ไปสู่แนวคิดใหม่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความเชื่อ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เป็นต้น

2. การอภิปรายผลการวิจัยระยะที่ 2

ในการศึกษาลักษณะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการศึกษาเพื่อวิเคราะห์วิถีคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวน จากผลการศึกษาพบว่านักเรียนเลือกใช้วิธีการคิดเชิงเลขคณิตในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวนมากกว่าที่จะใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ และจากการสัมภาษณ์นักเรียนในภาพรวมพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้การคิดในลักษณะนี้ แต่ไม่มีความคุ้นเคย ประกอบกับในชั้นเรียนไม่ได้ถูกส่งเสริมให้แก้ปัญหาด้วยวิธีการนี้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1) นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างได้รับการจัดการเรียนการสอนที่ยังคงเน้นความรู้ในเนื้อหาวิชา และการทำแบบฝึกหัดเพื่อให้เข้าใจในเนื้อหาเท่านั้น ประกอบกับการเรียนรู้ส่วนใหญ่ยังคงเน้นที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยเฉพาะผลสัมฤทธิ์ที่มาจากแบบทดสอบ โดยไม่ได้เน้นที่กระบวนการเรียนรู้หรือวิธีการเรียนรู้ของ

นักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546) ที่กล่าวว่า ชั้นเรียนแบบเดิมเป็นชั้นเรียนที่เน้นวิธีการแต่ไม่ได้เน้นขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้

2) จากการสัมภาษณ์นักเรียนโดยภาพรวมทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการที่คุ้นเคยในการแก้ปัญหาซึ่งต้องเป็นวิธีที่สั้น ง่าย และรวดเร็ว โดยไม่มีบริบทของมโนคติที่ชัดเจนรองรับ นักเรียนไม่พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่สมนัยกัน ซึ่งเป็นหลักสำคัญของการคิดเชิงความสัมพันธ์ เมื่อถูกกระตุ้นถามให้ลองทบทวนวิธีคิด นักเรียนสามารถแสดงวิธีคิดแบบเชิงความสัมพันธ์ได้แต่ไม่เลือกใช้ เพราะการคิดลักษณะนี้ไม่เคยปรากฏในชั้นเรียนซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Molina and Ambrose (2008) ที่กล่าวว่า ในชั้นเรียนปกติจะมีนักเรียนร้อยละ 5 ที่มีความสามารถในการคิดเชิงความสัมพันธ์แต่ไม่กล้าที่จะแสดงวิธีคิด เนื่องจากครูไม่เคยแสดงให้เห็นวิธีการคิดลักษณะนี้

3. การอภิปรายผลการวิจัยระยะที่ 3

ในการศึกษาการพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เป็นการศึกษาเพื่อวิเคราะห์การพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนในบริบทของชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เริ่มต้นด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดอาศัยสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดเป็นตัวขับเคลื่อนกระบวนการเรียนรู้ วิธีการแบบเปิดเป็นวิธีการสอนในห้องเรียนของครูเพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาตามขั้นตอนของชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Inprasitha (2010) ซึ่งถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนในแต่ละชั้นของวิธีการแบบเปิด ครูและนักเรียนได้แสดงบทบาทที่ผลักดันให้เกิดวิธีคิดที่นำไปสู่การพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ ดังนี้

1) ชี้นำเสนอสถานการณ์ปัญหา

สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในการวิจัยนี้มีทั้งหมด 15 สถานการณ์ปัญหา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เล่ม

2 หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การบวก ลบ ระคน สำหรับชั้นนำ เสนอสถานการณ์ปัญหาครู เริ่มต้นด้วยสถานการณ์ปัญหา ที่คุ้นเคยเพื่อทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนได้เรียนรู้มา ก่อนหน้า และนำเสนอสถานการณ์ปัญหาเป้าหมาย เพื่อให้เกิดการสร้างความรู้ใหม่โดยอาศัยความรู้เดิมที่มีอยู่ อาศัยสื่อหลักเป็นตัวนำเสนอสถานการณ์ปัญหาประกอบการเล่าเรื่อง

2) ชั้นเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ในสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย ซึ่งเป็นสถานการณ์ ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้เดิมที่ได้ เรียนมา และดำเนินการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มในสถานการณ์ ปัญหาเป้าหมาย ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เน้นไปที่การ ให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ นักเรียนคุ้นเคย มาใช้ในการสร้างความรู้ใหม่ที่นักเรียนจะ เรียนในคาบเรียนนั้น ๆ

3) ข้ออภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน

ครูจัดลำดับการนำเสนอของนักเรียนจาก กลุ่มที่มีวิธีการแก้ปัญหาแบบพื้นฐานไปสู่กลุ่มที่มีวิธีการ แก้ปัญหาที่สลับซับซ้อน จัดสภาพของชั้นเรียนให้เกิดการ อภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดใช้คำถาม “อะไร” “ทำไม” “อย่างไร” กระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดความตระหนักใน วิธีคิดของตน ตระหนักในวิธีคิดของเพื่อนที่ตนเองยังไม่รู้ เปรียบเทียบแนวคิดของตนเองกับของผู้อื่น และประเมิน ความถูกต้องเหมาะสมของแนวคิดที่นำไปสู่ข้อค้นพบที่ได้ กับผู้อื่น การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนทำให้นักเรียนได้ เปรียบเทียบแนวคิดของตนเองกับเพื่อนแต่สะกลุ่มในแ่ง มุมของความเหมือน ความต่าง ข้อดีและข้อเสีย เกิดการ อภิปรายร่วมกันเพื่อยืนยันและสร้างความเข้าใจร่วมใน การขยายแนวคิด ตั้งประเด็นซักถาม นำไปสู่การปรับปรุง แนวคิดของตน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Carpenter et al. (2003) ที่กล่าวว่า การคัดเลือกสถานการณ์ปัญหา การกระตุ้นด้วยคำถามของครู ตลอดจนการอภิปราย

ซักถามกันในกลุ่มหรือทั้งชั้นเรียน เป็นการสร้างโอกาสให้ นักเรียนเกิดการคิดที่เป็นแบบเชิงความสัมพันธ์

4) ชั้นสรุปผ่านการเชื่อมโยงแนวคิดของ นักเรียน

ครูตั้งประเด็นคำถามเพื่อให้นักเรียนได้สรุป ความเหมือน ความต่าง ข้อดีและข้อเสียของวิธีคิดของ ตนเองกับของเพื่อน รวมถึงสรุปได้ถึงการใช้การคิดเชิง ความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาประโยคเปิดของจำนวน

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลการวิจัยไปใช้ ผลจากการทำวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ สำหรับครูผู้สอนนักวิจัยทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษา และ ผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดการเรียนรู้อาณาเขตศาสตร์ ในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1) ครูสามารถนำแนวคิดของนักเรียนที่ ได้จากการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์มาเป็นตัวตั้งต้น ในการจัดเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้ ที่เน้นให้เห็นถึง กระบวนการของการนำความรู้เดิมมาเป็นปัจจัยหลักใน การสร้างความรู้ใหม่ได้อย่างมีความหมาย

2) แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่ เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เป็นวิธีการสอนที่ส่งผลให้ นักเรียนปรับเปลี่ยนกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ วิธี การสอนลักษณะนี้ควรได้รับการส่งเสริมและสนับสนุน จากผู้บริหารสถานศึกษาและผู้ที่เกี่ยวข้อง เพื่อสร้าง ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ให้เป็นชั้นเรียนที่นักเรียนได้สร้าง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1) ควรมีการศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่าง สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด และกระบวนการคิดเชิง ความสัมพันธ์

2) ควรมีการศึกษาถึงวิธีการสอนในลักษณะ อื่นที่อาจส่งเสริมให้เกิดการคิดเชิงความสัมพันธ์

เอกสารอ้างอิง

- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2554). *ชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (Problem solving classroom) ในบริบทการใช้วัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน (Lesson study) และวิธีการแบบเปิด (Open approach)*. เอกสารการประชุมทางวิชาการคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 16. ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ. (2546). *การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), และศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์. (2553). *สรุปโครงการค่ายคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่ได้รับเหรียญรางวัลวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโครงการพัฒนาอัจฉริยภาพทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2552*. (หน้า 15). กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), และศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์. (2553). *สรุปโครงการค่ายคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่ได้รับเหรียญรางวัลวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโครงการพัฒนาอัจฉริยภาพทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2552*. (หน้า 15). กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- Carpenter, T.P., Franke, M.L. & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth: Heinemann.
- Carpenter, T.P., Franke, M.L., Levi, L. & Koehler, J. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *ZDM*, 37(1), 53-59.
- Inprasitha, M. (1997). Problem solving: A basis of reform mathematics instruction. *The Journal of the National Research Council of Thailand*, 29(2), 221-259.
- Inprasitha, M. (2008). Thailand's experience in lesson study for enhancing quality in education. In *Proceedings of International Conference of Educational Research (ICER)*. (pp.226-235). KhonKaen: KhonKaen University.
- Inprasitha, M. (2010). One feature of adaptive lesson study in Thailand-Designing Learning Unit. *Proceeding of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education*. (pp. 193-206). Gyeongju, Korea: Dongkook University.
- Inprasitha, M., Pattanajak, A. & Inprasitha, N. (2010). A study of student's mathematical communication in teacher professional development. In *Proceedings of International Conference of Educational Research (ICER)*. (pp. 332-341). KhonKaen: KhonKaen University.
- Isoda, M. (1996). *Problem-solving approach with diverse idea and dialectic discussion: Conflict and appreciation base on the conceptual and procedural knowledge*. Tokyo: Meijitotsyo.

- Isoda, M. (2010). Lesson study: Problem solving approaches in mathematics education as a Japanese experience. *International Conference on Mathematics Education Research 2010 (ICMER 2010)*. Tsukuba, Ibaraki: Center for Research on International Cooperation in Educational Development, University of Tsukuba.
- Isoda, M. (2013). Designing problem sequence for learning unit on the framework of the conceptual and procedural knowledge for extending mathematics. *6th East Asia Regional Conference on Mathematics Education (EARCOME 6)* 17-22 March 2013. (pp.133-154). Phuket: Thailand.
- Isoda, M., & Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking: How to develop it in the classroom*. Singapore: World Scientific Publishing.
- Linchevski, L. & Herscovics, N. (1994). Cognitive obstacles in pre-algebra. *Proceedings of the 18th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, (pp.176-183). Lisbon, Portugal: Program Committee.
- Molina, M. & Ambrose, R. (2008). From an operational to a relational conception of the equal sign. Thirds graders' developing algebraic thinking. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 30(1), 61-80.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school Mathematics: An overview*. Reston, VA: NCTM.
- Schenfeld, A.H. (1992). What's all the fuss about Metacognition. *In Cognitive science and mathematics education*. (pp.187-216). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stephens, M. (2006). Designing questions to probe relational or structural thinking in arithmetic. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), July 2009, entitled, *Appreciating Mathematical Structure for All*, (MERJ, pp. 10-32).
- Stephens, M., Isoda, M. & Inprasitha, M. (2007). Exploring the power of relational thinking: Students emerging Algebraic thinking in elementary and middle school. In *Proceeding of the 4th East Asia Regional Conference on Mathematics Education (EARCOME4)*, Universiti Sains Malaysia: Meeting the Challenges of Developing Quality Mathematics Education June 18 -22, 2007. Malaysia: Penang.