

---

## การจำลองคลื่นไมโครเวฟแบบ 3 มิติในห้องคลื่นมัลติโหมดด้วย Meep 3D Simulations of Microwave Propagation in Multimode Cavity by Meep

อภินันท์ ปลอดแก้ว\* และ หมุดตอเล็บ หนิสอ  
ห้องปฏิบัติการวิจัยเทคโนโลยีพลาสมาเพื่อการประยุกต์ทางกลีกรรม มหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์

Apinun Plodkeaw\* and Mudtorlep Nisoa

Plasma technology for agricultural applications research laboratory, School of Science, Walailak University.

---

### บทคัดย่อ

Meep หรือ MEEP (MIT electromagnetic equation propagation) เป็นฟรีซอฟต์แวร์ ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขผลต่างสืบเนื่องเชิงเวลา (Finite Difference Time Domain: FDTD) ถูกนำมาใช้ในการจำลองการแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยใช้อัลกอริทึมของยี (Yee Algorithm) การติดตั้งและใช้งานอยู่บนระบบปฏิบัติการลินุกซ์หรือ OSx ในการศึกษาครั้งนี้ Meep ถูกนำไปใช้ในการจำลองคลื่นไมโครเวฟในห้องคลื่นแบบมัลติโหมด (Multimode Cavity) เพื่อศึกษาการแพร่กระจายของคลื่นที่ออกจากแหล่งกำเนิดภายในท่อนำคลื่นไปสู่ห้องคลื่นแบบมัลติโหมด จนกระทั่งเกิดเป็นคลื่นนิ่งภายในห้องคลื่น เปรียบเทียบผลที่ได้จากการจำลองด้วย COMSOL ร่วมกับวิธีการวิเคราะห์ ผลที่ได้จากการจำลองด้วย Meep COMSOL และการใช้วิธีวิเคราะห์สอดคล้องกัน ดังนั้นผลที่ได้นี้ยืนยันได้ว่า Meep ให้ผลการจำลองที่ถูกต้อง น่าเชื่อถือ

คำสำคัญ : Meep, ผลต่างสืบเนื่องเชิงเวลา, ห้องคลื่นมัลติโหมด, การแพร่กระจายของคลื่นไมโครเวฟ

### Abstract

Meep or MEEP (MIT electromagnetic equation propagation) is a FDTD (Finite Difference Time Domain) software for simulation of electromagnetic wave propagation by Yee algorithm. It is installed, used on the Linux operating system or Osx. The aim of this work is to understand the structure of Meep and to use it for simulation of microwave propagation in multimode cavity of microwave oven. The results of the simulation by Meep were compared by those done by COMSOL and analytical analysis. Their results were in agreement. The Meep is confirmed to be a powerful software for application in time-domain simulations of microwave propagation.

Keyword : Meep, FDTD, Multimode Cavity, Microwave Propagation

---

\*Corresponding author. E-mail: apinun.plod@gmail.com

## บทนำ

ปัจจุบันนี้มีการประยุกต์ใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในงานด้านต่างๆ เช่น การสื่อสาร การแพทย์ และการแปรรูปอาหาร เป็นต้น ซึ่งการประยุกต์แต่ละอย่างจะใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความถี่แตกต่างกัน เช่น ทางทางการแพทย์ใช้รังสีเอ็กซ์ (Geva, 2006) และการแปรรูปอาหารใช้ความถี่ไมโครเวฟ (Idris, Khalid, & Omar, 2004) เป็นต้น การใช้งานหรือพัฒนาเครื่องมือหรืออุปกรณ์ต่างๆ เหล่านี้ ความเข้มของสนามไฟฟ้าหรือความเข้มของสนามแม่เหล็กเป็นสิ่งจำเป็นที่ทำให้การใช้งานหรือการพัฒนาเครื่องมือต่างๆ เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ โดยทั่วไปวิธีการที่ใช้ในการคำนวณหาความเข้มของสนามไฟฟ้าหรือความเข้มของสนามแม่เหล็กสามารถทำได้ 2 วิธี คือวิธีวิเคราะห์ และวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) สำหรับปัญหาที่ไม่ซับซ้อนสามารถใช้วิธีการวิเคราะห์ได้ แต่เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่และซับซ้อนมากขึ้น การใช้วิธีเชิงตัวเลขจะสะดวกและง่ายกว่า ในการหาผลเฉลยด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านั้น วิธีที่ใช้กันแพร่หลายได้แก่ MoM (Method of Moment) ไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method:FEM) วิธีเชิงตัวเลขผลต่างสลับเนื่องเชิงเวลา ฯลฯ (Reader, 2000; Taflove, 2000) แต่ละวิธีมีข้อดีและข้อด้อยที่แตกต่างกัน เช่น FEM สามารถวิเคราะห์ปัญหาที่มีขอบเขตของโดเมนที่มีรูปร่างซับซ้อนหรือไม่สมมาตรได้อย่างมีประสิทธิภาพ วิธีเชิงตัวเลขผลต่างสลับเนื่องเชิงเวลานั้นมีการพัฒนาอัลกอริทึมที่หาผลเฉลยได้จากสมการแมกเวลล์โดยตรง มีประสิทธิภาพสูงแม่นยำและเที่ยงตรง และง่ายต่อการประมวลผลแบบขนานและจะมีความแม่นยำสูงเมื่อโดเมนเป็นรูปร่างสี่เหลี่ยม แต่มีข้อจำกัดสำหรับโดเมนที่เป็นรูปร่างอื่นๆ เช่นรูปร่างโค้ง (ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช, 2551)

Meep เป็นซอฟต์แวร์ฟรีที่ใช้วิธีเชิงตัวเลขผลต่างสลับเนื่องเชิงเวลา โค้ดโปรแกรมที่อยู่ภายใน Meep ได้รับการพัฒนามากกว่า 15 ปี และเริ่มใช้เป็นซอฟต์แวร์ฟรีในปี ค.ศ. 2006 โดยมีการอ้างถึงมากกว่า 100 วารสาร และมีผู้ดาวโหลดมากกว่า 10,000 ครั้ง มีความยืดหยุ่นในการทำงาน สามารถจำลองปัญหา 1D 2D 3D และทรงกระบอกรวมทั้งประมวลผลแบบขนาน (Oskooi *et al.*, 2010; Steven G. Johnson, 2009b) แสดงผลเป็นกราฟฟิก มีความยืดหยุ่นด้านภาษาที่ใช้พัฒนาโปรแกรม ผลลัพธ์ที่ได้จาก Meep นำไปวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมอื่นๆ ได้ เช่น Matlab เป็นต้น Meep ถูกนำไปใช้งานอย่างแพร่หลาย เช่น ใช้ในการศึกษาการแพร่กระจายของรังสีแม่เหล็กไฟฟ้าที่ปล่อยออกมาจากบางส่วนในวัสดุควอนตัมที่แรงดันสูง (A. Bojovschi, 2010)

การใช้งาน Meep อย่างมีประสิทธิภาพนอกจากมีพื้นฐานความรู้ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า จะต้องมีความรู้พื้นฐานการเขียนโปรแกรมภาษาใดภาษาหนึ่งดังที่กล่าวไว้ข้างต้นด้วย ในงานนี้จะอธิบายโครงสร้างโดยภาพรวมและขั้นตอนการใช้งาน Meep และประยุกต์ใช้ในการศึกษาการกระจายตัวของคลื่นไมโครเวฟใน 3 มิติในห้องคลื่นแบบมัลติโหมดของตู้ไมโครเวฟ (Microwave oven) นำผลการคำนวณด้วย Meep เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณด้วย COMSOL ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์ในเชิงพาณิชย์ที่ได้รับการยอมรับในระดับสากล

## คุณสมบัติของ Meep

### 1. Meep และลักษณะเด่นของ Meep

Meep หรือ MEEP ย่อมาจาก MIT Electromagnetic Equation Propagation (Steven G. Johnson, 2009a) เป็นซอฟต์แวร์ฟรีในการจำลองคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ได้รับการพัฒนาโดยทีมวิจัยของ MIT โดยใช้วิธีผลต่างสลับเนื่องเชิงเวลาและใช้หลักการแบ่งกริดของโดเมนตามกริดยี่ (Yee's Grid) (Oskooi, *et al.*, 2010) Kane Yee ได้พัฒนาหลักการแบ่งกริดแบบสองมิติขึ้นในปี ค.ศ. 1966 (Kane, 1966) ต่อมา Allen Taflove พัฒนาให้สามารถใช้ได้กับระบบพิกัดฉากแบบสามมิติ (Taflove, 2000) ซึ่งทำให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น Meep ทำงานบนระบบปฏิบัติการลินุกซ์หรือระบบปฏิบัติการ OS X ซึ่งมีการติดตั้ง Library ต่างๆ เรียบร้อยแล้ว สำหรับโครงสร้างหลักของ Meep ถูกพัฒนาโดยใช้ภาษา C++ ซึ่งเป็นภาษาระดับต่ำ ต่อมาเพื่อให้ใช้งานได้สะดวกขึ้น ทางทีมวิจัยของ MIT ได้พัฒนาการเขียนแบบสคริปต์โดยพัฒนาบนภาษา Scheme ซึ่งเป็นภาษาระดับสูงขึ้นไป นอกจากนั้นจะสามารถพัฒนา Meep ได้ด้วยภาษา Python ซึ่งเป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการใช้งาน Meep

### 2. การหาผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของ Meep

Meep ใช้วิธีผลต่างสลับเนื่องเชิงเวลาบนพื้นฐานของกริดยี่ในการหาผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า โดยเริ่มจากการเขียนสมการของแมกเวลล์ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ แปลงจากสมการเชิงอนุพันธ์ให้กลายเป็นสมการพีชคณิตด้วยวิธีการประมาณค่าผลต่างสลับเนื่องแบบกึ่งกลาง (Central Difference) จากนั้นก็ประยุกต์เข้ากับอัลกอริทึมของยี่เพื่อหาผลเฉลยดังกล่าว ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

#### 2.1 ชุดสมการของการใช้วิธีผลต่างสลับเนื่องเชิงเวลา

ในการหาผลเฉลยจากชุดสมการผลต่างสลับเนื่องเชิงเวลา

ซึ่งประกอบไปด้วย สมการเคิร์ลของแมกเวลล์ (Maxwell's curl equations) การประมาณค่าผลต่างสี่เหลี่ยมแบบกึ่งกลาง (Central Difference) เซลล์ยี่ (Yee's cell) และการประมาณค่าผลต่างสี่เหลี่ยมแบบกึ่งกลางร่วมกับเซลล์ยี่

### 2.1.1 ชุดสมการเคิร์ลของแมกเวลล์

พิจารณาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลางที่มีเนื้อเดียวกัน (Homogeneous) ไอโซทรอปิก (Isotropic) และเป็นเชิงเส้น (Linear) จากสมการเคิร์ลของแมกเวลล์ซึ่งอยู่ในรูปปริมาณมาโครสโคปิก (Macroscopic) ของกระแสไฟฟ้าตามสมการที่ (1) และ (2) (Oskooi, et al., 2010)

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} - \vec{J}_B \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \vec{J} \quad (2)$$

โดยที่  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ ,  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  และ  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ , เมื่อ  $\vec{E}$  คือ สนามไฟฟ้า,  $\vec{D}$  คือ การกระจัดทางไฟฟ้า,  $\vec{H}$  คือ ความเข้มของสนามแม่เหล็ก,  $\vec{B}$  คือ การกระจัดทางแม่เหล็ก,  $\vec{J}_B$  คือ ความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก,  $\vec{J}$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า,  $\epsilon$  คือ สภาพยอมทางไฟฟ้าของตัวกลาง,  $\mu$  คือ ความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กของตัวกลางและ  $\sigma$  คือ ค่าการนำไฟฟ้า จากสมการที่ (1) และ (2) พิจารณาในกรณีนี้ที่ตัวกลางไม่มีกระแสแม่เหล็ก ( $\vec{J}_B = 0$ ) เขียนใหม่ให้อยู่ในองค์ประกอบสเกลาร์ของแต่ละสนามในระบบพิกัดฉากสามมิติ จะได้

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right] \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - J_x \right] \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - J_z \right] \quad (3.6)$$

### 2.1.2 การประมาณค่าอนุพันธ์โดยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมแบบกึ่งกลาง

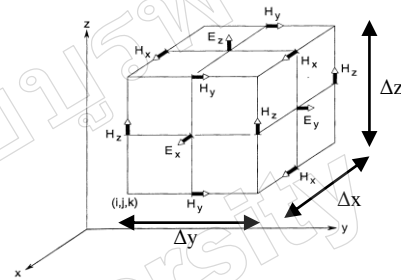
วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมเชิงเวลาจะใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมแบบกึ่งกลาง ในการประมาณค่าของอนุพันธ์เทียบกับสเปซและเวลาซึ่ง

ปรากฏอยู่ในสมการของแมกเวลล์ตามกฎของฟาราเดย์และแอมแปร์ เมื่อใช้ออนุกรมเทเลอร์กระจายค่าของฟังก์ชัน  $f(x)$  รอบจุด  $x_i$  จะสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x)$  ในรูปของผลต่างสี่เหลี่ยมแบบกึ่งกลางได้ดังสมการที่ (6) และมีค่าความแม่นยำอันดับสอง (Second-order Accuracy) หรือ  $O(\Delta x)^2$  (Reader, 2000)

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{f(x_i + \frac{\Delta x}{2}) - f(x_i - \frac{\Delta x}{2})}{\Delta x} + O(\Delta x)^2 \quad (4)$$

### 2.1.3 เซลล์ยี่

การหาผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้อัลกอริทึมของยี่ โดยใช้เซลล์ยี่ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปลูกบาศก์ และใช้ระบบพิกัดฉากแบบสามมิติอ้างอิงดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 เซลล์ยี่ (Taflove, 2000)

จากภาพที่ 1 แสดงเซลล์ของยี่ (Yee cell) มีขนาดความยาวแต่ละด้าน  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  และ  $\Delta z$  สำหรับสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  และสนามแม่เหล็ก  $\vec{H}$  สามารถแสดงอยู่ในรูปสเกลาร์ขององค์ประกอบของสนามไฟฟ้า ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ) และสนามแม่เหล็ก ( $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ ) ตามลำดับ โดยที่องค์ประกอบของสนามแม่เหล็ก  $\vec{H}$  จะอยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางที่ขอบ และขนานกับขอบของเซลล์ยี่ ขณะเดียวกันองค์ประกอบของสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  จะอยู่ที่กึ่งกลางของผิวหน้าและตั้งฉากกับผิวหน้าของเซลล์ยี่นอกจากนี้องค์ประกอบของสนามไฟฟ้า  $\vec{H}$  และ  $\vec{E}$  วางอยู่ห่างกันเป็นครึ่งหนึ่งของสเปซ คือ  $\Delta x/2$ ,  $\Delta y/2$  และ  $\Delta z/2$  ตัวอย่างเช่น องค์ประกอบ  $H_x$  วางอยู่ห่างจาก  $E_x$  เป็นระยะ  $\Delta x/2$ ,  $\Delta y/2$  และ  $\Delta z/2$  สำหรับ  $H_y$  และ  $H_z$  เป็นไปในทำนองเดียวกัน ลักษณะการวางแบบนี้เป็นการเชื่อมกันตามกฎของฟาราเดย์และแอมแปร์เมื่อพิจารณาทุกๆ องค์ประกอบของ  $\vec{E}$  แต่ละตัวจะถูกล้อมรอบด้วยองค์ประกอบของ  $\vec{H}$  และเช่นเดียวกันถ้ามีเซลล์อื่นเพิ่มเข้ามาอีกเซลล์จะทำให้เห็นได้ชัดว่าองค์ประกอบของ  $\vec{H}$  ถูกล้อมรอบด้วยองค์ประกอบของสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  สี่ตัว (Ramesh, 2008; Taflove, 2000)

ด้วยเหตุนี้ทำให้เซลล์ยี่มีคุณสมบัติที่พิเศษที่ต่างจากเซลล์แบบอื่น ซึ่งคุณสมบัตินี้ได้พิสูจน์แล้วว่าเป็นจริง (Tafllove, 2000) ในการคำนวณโดยใช้เซลล์ของยี่ช่วยลดการใช้ทรัพยากรคอมพิวเตอร์เนื่องจากสนาม  $\vec{E}$  และ  $\vec{H}$  ไม่จำเป็นต้องคำนวณทุกโหนด นั่นคือที่โหนดใดโหนดหนึ่งจะคำนวณเพียงสนาม  $\vec{E}$  หรือ  $\vec{H}$  อย่างใดอย่างหนึ่งก็เพียงพอแล้ว

#### 2.1.4 การหาชุดสมการผลต่างสี่เบื้องเชิงเวลา

เมื่อใช้การประมาณผลต่างแบบกึ่งกลางเทียบกับสเปซและเวลา ที่มีความแม่นยำอันดับที่สองของ  $\delta x$  และ  $\delta t$  ตามลำดับเขียนเป็นสมการ (Reader, 2000; Tafllove, 2000) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial F^n(i,j,k)}{\partial x} = \frac{F^n(i+\frac{1}{2},j,k) - F^n(i-\frac{1}{2},j,k)}{\delta} + O(\delta^2) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} H_x^{n+1}(i-\frac{1}{2},j+1,k+1) &= H_x^n(i-\frac{1}{2},j+1,k+1) \\ &+ \left( \frac{\delta t}{\mu(i-\frac{1}{2},j+1,k+1)} \right) \left[ \frac{E_y^{n+1/2}(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{3}{2}) - E_y^{n+1/2}(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2})}{\delta z} \right. \\ &\quad \left. - \frac{E_z^{n+1/2}(i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2},k+1) - E_z^{n+1/2}(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1)}{\delta y} \right] \end{aligned} \quad (9.1)$$

$$H_y^{n+1}(i,j+\frac{1}{2},k+1) = H_y^n(i,j+\frac{1}{2},k+1) + \left( \frac{\delta t}{\mu(i,j+\frac{1}{2},k+1)} \right) \left[ \frac{E_z^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1) - E_z^{n+1/2}(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1)}{\delta x} \right. \\ \left. - \frac{E_x^{n+1/2}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{3}{2}) - E_x^{n+1/2}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\delta z} \right] \quad (9.2)$$

$$H_z^{n+1}(i,j+1,k+\frac{1}{2}) = H_z^n(i,j+1,k+\frac{1}{2}) + \left( \frac{\delta t}{\mu(i,j+1,k+\frac{1}{2})} \right) \left[ \frac{E_x^{n+1/2}(i,j+\frac{3}{2},k+\frac{1}{2}) - E_x^{n+1/2}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\delta y} \right. \\ \left. - \frac{E_y^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2}) - E_y^{n+1/2}(i-\frac{1}{2},j+1,k+\frac{1}{2})}{\delta x} \right] \quad (9.3)$$

$$\begin{aligned} E_x^{n+1/2}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) &= \frac{\left[ 1 - \frac{\sigma(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})\delta t}{2\varepsilon(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})} \right]}{\left[ 1 + \frac{\sigma(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})\delta t}{2\varepsilon(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})} \right]} E_x^{n-\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) \\ &+ \left( \frac{\delta t}{\varepsilon(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})} \right) \left[ \frac{H_z^n(i,j+1,k+\frac{1}{2}) - H_z^n(i,j,k+\frac{1}{2})}{\delta y} \right. \\ &\quad \left. - \frac{H_y^n(i,j+\frac{1}{2},k+1) - H_y^n(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\delta z} \right] \end{aligned} \quad (9.4)$$

$$\frac{\partial F^n(i,j,k)}{\partial t} = \frac{F^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - F^{n-\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\delta t} + O(\delta t^2) \quad (6)$$

โดยที่สเปซมีความสม่ำเสมอและเป็นแลตทิซ (lattice) สี่เหลี่ยม ดังนั้นให้

$$(i, j, k) = (i\delta x, j\delta y, k\delta z) \quad (7)$$

และแทนฟังก์ชันของสเปซและเวลาได้เป็น

$$F^n(i, j, k) = F(i\delta, j\delta, k\delta, n\delta t) \quad (8)$$

โดยที่  $\delta x = \delta y = \delta z$  คือ สเปซที่เพิ่มขึ้นในทิศ  $x, y$  และ  $z$  และ  $i, j, k$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็ม

จากสมการสมการที่ (5) และ (6) และสมการที่ (3.1) ถึงสมการที่ (3.6) ร่วมกับตำแหน่งบนเซลล์ยี่ในภาพที่ 1 จะสามารถเขียนชุดสมการผลต่างสี่เบื้องเชิงเวลาได้ดังนี้



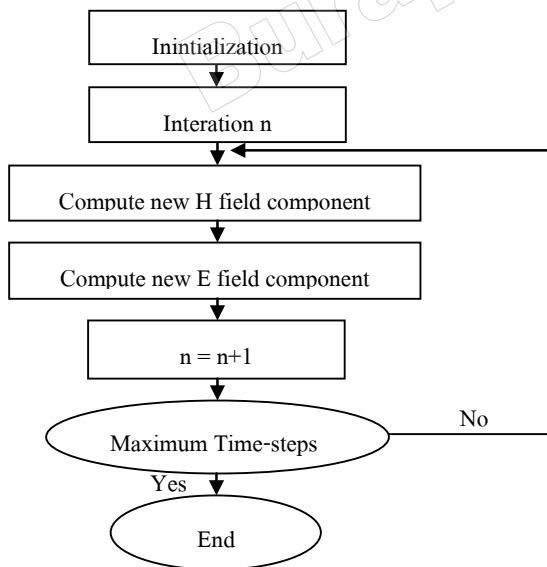
$$\begin{aligned}
& E_y^{n+1/2} \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) \\
&= \left[ \frac{1 - \frac{\sigma \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) \delta t}{2\varepsilon \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right)}}{1 + \frac{\sigma \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) \delta t}{2\varepsilon \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right)}} \right] E_y^{n-1/2} \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) \\
&+ \frac{\frac{\delta t}{\varepsilon \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right)}}{1 + \frac{\sigma \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) \delta t}{2\varepsilon \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2} \right)}} \left[ \frac{H_x^n \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + 1 \right) - H_x^n \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k \right)}{\delta z} \right. \\
&\left. - \frac{H_z^n \left( i, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) - H_z^n \left( i - 1, j + 1, k + \frac{1}{2} \right)}{\delta x} \right] \quad (9.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_z^{n+1/2} \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) \\
&= \left[ \frac{1 - \frac{\sigma \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) \delta t}{2\varepsilon \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right)}}{1 + \frac{\sigma \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) \delta t}{2\varepsilon \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right)}} \right] E_z^{n-1/2} \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) \\
&+ \left( \frac{\frac{\delta t}{\varepsilon \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right)}}{1 + \frac{\sigma \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) \delta t}{2\varepsilon \left( i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right)}} \right) \left[ \frac{H_y^n \left( i, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) - H_y^n \left( i - 1, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right)}{\delta x} \right. \\
&\left. - \frac{H_x^n \left( i - \frac{1}{2}, j + 1, k + 1 \right) - H_x^n \left( i - \frac{1}{2}, j, k + 1 \right)}{\delta y} \right] \quad (9.6)
\end{aligned}$$

จากสมการที่ (9.1) ถึง (9.6) แสดงค่าองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของแต่ละตำแหน่งที่เวลาต่างๆ

## 2.2 กระบวนการหาผลเฉลยด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมเชิงเวลา

การหาผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าใน Meep ได้ใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมเชิงเวลาซึ่งสรุปเป็นไดอะแกรมการทำงานได้ดังนี้



ภาพที่ 2 ไดอะแกรมการทำงานพื้นฐานของวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมเชิงเวลา

จากภาพที่ 2 อธิบายขั้นตอนการทำงานได้ดังต่อไปนี้

**Initialization:** ที่เวลา  $t = 0$  ให้สนามทั้ง  $E$  และ  $H$  เป็น 0 และให้ค่าเริ่มต้นคุณสมบัติของวัสดุ ( $\mu, \varepsilon, \sigma$ )

**Iteration:** จำนวน  $n$  ครั้งในการทำซ้ำ

**Compute new H field component values** จะมีการปรับปรุงค่าดังนี้

- ทุกๆ ครั้งของช่วงเวลาที่เพิ่มขึ้น สนามแม่เหล็ก  $H$  แต่ละองค์ประกอบจะมีการปรับปรุงค่าตัวมันเอง กล่าวคือคำนวณสนามแม่เหล็กสำหรับการเพิ่มขึ้นของพื้นที่ทั้งหมดของโดเมน

**Compute new E field component values** จะมีการปรับปรุงค่าดังนี้

- ทุกๆ ครั้งของช่วงเวลาที่เพิ่มขึ้น สนามแม่เหล็ก  $E$  แต่ละองค์ประกอบจะมีการปรับปรุงค่าตัวมันเอง กล่าวคือคำนวณสนามไฟฟ้าสำหรับการเพิ่มขึ้นของพื้นที่ทั้งหมดของโดเมน

**Increment  $n = n+1$**  เป็นการเพิ่มจำนวนครั้งในการทำงาน

**Maximum Time-step?** ตรวจสอบว่ามีการทำงานถึงค่าสุดท้ายของช่วงเวลาแล้วหรือไม่ ถ้ายังไม่ถึงค่าสุดท้ายให้วนกลับไปทำขั้นตอน 3 จนกว่าจะถึงค่าสุดท้ายแล้วจบการทำงาน

## 2.3 ความเสถียรภาพของผลเฉลย

การคำนวณหาผลเฉลยของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าต้องคำนึงถึง
 ความเสถียรภาพ (Stability) วิธีการวิเคราะห์ความเสถียรของวิธี
 ผิดต่างสี่เบื้องเชิงเวลาเรียกว่า การวิเคราะห์ความถี่เชิงซ้อน (Complex
 Frequency Analysis) โดยมีเกณฑ์ความเสถียรของ Courant คือ

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \equiv \Delta t_{max} \quad (10)$$

เกณฑ์ความเสถียรของ Courant กำหนดขนาดของช่วงเวลา (Time Step)
 เพื่อให้การจำลองมีเสถียรภาพ ตัวอย่างเช่น การเลือกขนาด  $\Delta t = \Delta t_{max}$ 
 สำหรับการจำลองนำไปสู่ความไม่แน่นอนไม่ได้ เนื่องจากมีข้อผิดพลาดการ
 ในการตัดตัวเลขน้อยๆ ที่เกิดขึ้นในคอมพิวเตอร์ สำหรับกรณีนี้พิจารณา
 กริดที่เป็นเซลล์ลูกบาศก์ โดยให้  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$  และ  $c$ 
 คือความเร็วแสงในสุญญากาศ เมื่อแทนค่าเหล่านี้ในสมการที่ (10) จะ
 ได้ค่าแฟคเตอร์ความเสถียรภาพ Courant คือ  $S = \frac{c\Delta t}{\Delta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 
 (Sullivan, 1996; Taflove, 2000)

ใน Meep ได้กำหนดค่าความเสถียรไว้ดังนี้ ถ้ากริดมีความละเอียด  $\Delta x$ 
 และ ช่วงเวลา  $\Delta t$  จะได้ความสัมพันธ์  $\Delta t = S\Delta x$  การคำนวณใน
 Meep จะไม่มีหน่วย (Dimensionless) สำหรับค่าคงที่ต่างๆ จะมีค่าเป็น
 1 (Unity) และ  $S$  คือแฟคเตอร์ Courant ซึ่งต้องสอดคล้องกับสมการที่
 (11) (Steven G. Johnson, 2009a)

$$S < \frac{n_{min}}{\sqrt{\#dimensions}} \quad (11)$$

โดยที่  $n_{min}$  คือค่าดัชนีหักเหต่ำสุด (ปกติเป็น 1 คือ อากาศ)

$\#dimensions$  มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 3 ซึ่งหมายถึง 1D, 2D, 3D ดังนั้นสมการที่
 (11) เป็นเงื่อนไขความเสถียรที่ปรากฏอยู่ใน Meep ซึ่งจะสอดคล้องกับสมการที่
 (10) นั่นคือในการจำลองด้วย Meep ได้คำนึงถึงความมีเสถียรของการคำนวณ
 เช่นกัน

### 3. โครงสร้างการใช้งาน Meep

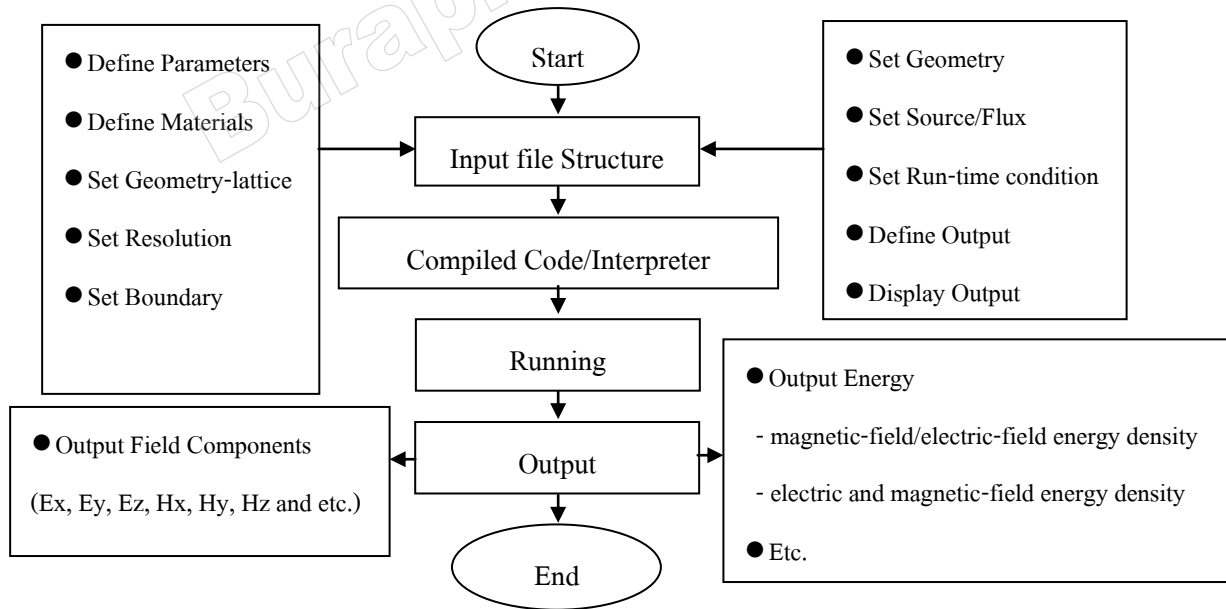
การใช้งาน Meep นอกจากมีความเข้าใจทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ต้องเข้าใจ
 ภาษาในการพัฒนาโปรแกรมภาษาใดภาษาหนึ่ง ได้แก่ ภาษา C/C++ ภาษา
 Scheme หรือ ภาษาไพทอน (Python) การเข้าใจภาษาการช่วยให้พัฒนาโปรแกรม
 ที่จะใช้งาน Meep ทำได้เร็วขึ้น สำหรับหลักการใช้งาน Meep เบื้องต้นสามารถ
 สรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

จากภาพที่ 3 แสดงขั้นตอนการใช้งาน Meep เบื้องต้น ประกอบด้วยขั้นตอนหลักๆ
 ดังนี้และรายละเอียดการใช้งาน (Steven G. Johnson, 2009a)

**Input file structure** หมายถึงไฟล์ในการพัฒนาโปรแกรม ควรจะประกอบด้วย
 อะไรบ้าง ดูได้จากไดอะแกรม

**Compile code** หลังจากที่เตรียมไฟล์ตามโครงสร้างของแต่ละภาษาเรียบร้อย
 แล้ว ให้นำไฟล์ดังกล่าวมาคอมไพล์ ด้วยหลักการคอมไพล์ให้สอดคล้องกับ
 ภาษาที่พัฒนา

**Running** เป็นการนำไฟล์ที่ได้จากการคอมไพล์หรือจากการ interpreter
 มารันให้ทำงานตามที่ระบุไว้ในโค้ด



ภาพที่ 3 ไดอะแกรมการใช้งาน Meep เบื้องต้น

**Output** ผลลัพธ์ที่ได้ ผู้ใช้สามารถกำหนดผลลัพธ์ที่ต้องการออกมาได้ เช่น ผลลัพธ์ค่าของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแต่ละส่วนประกอบหรือแสดงค่าพลังงานของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

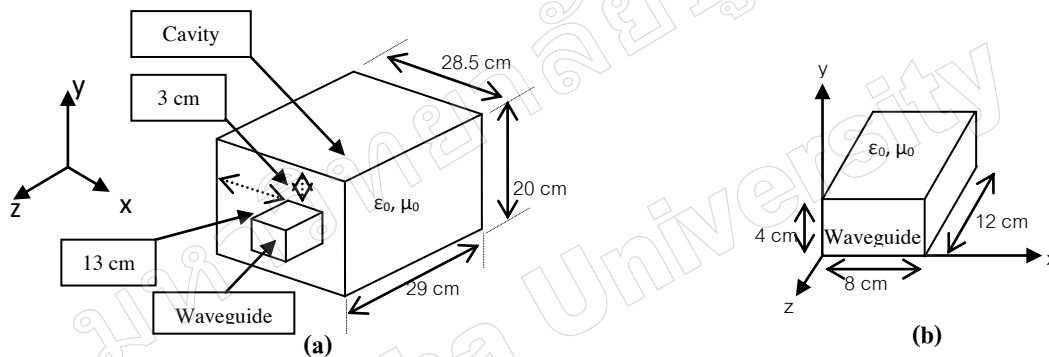
### การจำลองคลื่นไมโครเวฟในห้องคลื่นมัลติโหมด

คลื่นไมโครเวฟในห้องคลื่นแบบมัลติโหมดถูกนำมาประยุกต์ใช้งานด้านต่างๆ เช่น การอบแห้ง การฆ่าเชื้อโรค เป็นต้น การเข้าใจการเข้ารูปแบบของสนามไฟฟ้าจึงมีความจำเป็น เพื่อช่วยให้การออกแบบห้องคลื่นเหมาะสมกับการประยุกต์ใช้งาน นอกจากนี้ Meep เป็นซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการศึกษาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้อย่างดี สำหรับการจำลองครั้งนี้ ใช้ Meep จำลองปัญหาการกระจายตัวของคลื่นไมโครเวฟที่เกิดขึ้นภายในห้องคลื่น โดยใช้ความถี่ 2.45 GHz และใช้คอมพิวเตอร์รุ่น MI-XQ82R2SR0A4 ของ Lemel โดยมีรายละเอียดของอุปกรณ์หลักคือ CPU: Intel Core 2 Quad

Processor Q8200 (2.33 GHz, 4MB L2 Cache, 1333MHz FSB) และ RAM: 4 GB และระบบปฏิบัติการลินุกซ์ (Ubuntu 9.10) สำหรับ COMSOL ติดตั้งอยู่บนเครื่องบริการของศูนย์กริตมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ประกอบด้วยอุปกรณ์ต่างๆ ได้แก่ CPU: Intel Xeon Processor X5680 (Six-Core, 3.33GHz) จำนวน 2 หน่วยประมวลผล (12 คอร์), RAM 48 GB และหน่วยเก็บข้อมูล (Storage) ขนาด 2 TB บนระบบปฏิบัติการวินโดวส์ (Windows 2008 R2) (โครงการจัดตั้งศูนย์กริตมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์, 2011)

### 1. แบบจำลองในการคำนวณ

แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นเตาไมโครเวฟที่ใช้อยู่ตามบ้านเรือน และแบบจำลองนี้มีขนาดห้องคลื่น (Cavity) (Geedipalli, Rakesh, & Datta, 2007 และขนาดของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม (Rectangular Waveguide) ดังภาพที่ 4 และทุกด้านของผนังเป็นโลหะที่ดี (Perfect Electrical Conductor; PEC)



ภาพที่ 4 (a) ขนาดของห้องคลื่นซึ่งต่อกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม และ (b) ขนาดของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม

การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของระบบนี้ เนื่องจากที่ผนังของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมและห้องคลื่นเป็นโลหะที่ดี ดังนั้นเงื่อนไขขอบเขตที่ผนังสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสกับผนังดังกล่าวต้องเป็น 0 และสนามแม่เหล็กในแนวตั้งฉากกับผนังก็เป็น 0 เช่นกันหรือเป็นไปตามสมการ

$$E_t = 0 \text{ หรือ } \hat{n} \times \vec{E} = 0 \text{ และ } \hat{n} \cdot \vec{H} = 0$$

และมีค่าความเสถียรในการคำนวณ  $\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}$

โดยที่  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.5 \text{ cm}$  และ  $\Delta t = 8.33 \times 10^{-12}$  หรือ 8.33 ps

สำหรับแหล่งกำเนิดคลื่น (Source) หรือแมกนีตรอนจะเป็นตัวให้กำเนิดคลื่นแล้วส่งคลื่นผ่านท่อนำคลื่นไปยังห้องคลื่น แต่เพื่อลดความซับซ้อนในการคำนวณครั้งนี้ ได้กำหนดให้แหล่งกำเนิดคลื่นเป็นคลื่นแบบต่อเนื่อง (Continuous Wave) โดยแหล่งกำเนิดคลื่นใน Meep ได้กำหนดแหล่งกำเนิดกระแส (Current

Source) ซึ่งแทนได้ด้วยฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์คือ  $J(x,t) = A(x)f(t)$  โดยที่  $A(x)$  เป็นฟังก์ชันแทนตำแหน่งของแหล่งกำเนิด และ  $f(t) = e^{-i\omega t}$  เป็นฟังก์ชันขึ้นกับเวลาโดยที่  $\omega = 2\pi f$  และ  $f$  คือความถี่

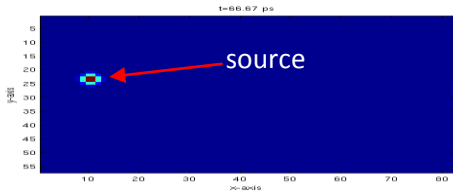
### 2. ผลการจำลองและวิเคราะห์ผล

ผลที่ได้จากการจำลองการกระจายตัวของคลื่นในท่อนำคลื่นและห้องคลื่นจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ ลักษณะการกระจายตัวของคลื่นขณะชั่วคราว (Transient) และเมื่อคลื่นเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady State) ซึ่งแสดงผลได้ดังนี้

#### 2.1 การกระจายตัวของคลื่นขณะชั่วคราว (Transient wave propagation)

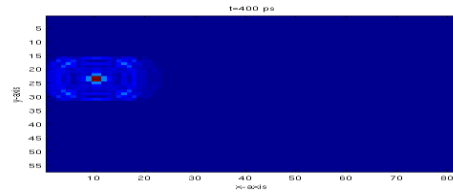
ในกรณีนี้จะแสดงให้เห็นตั้งแต่คลื่นแพร่กระจายคลื่นออกจากแหล่งกำเนิด กระจายไปทั่วท่อนำคลื่นแล้วเข้าสู่ห้องคลื่น โดยแสดงผลบนระนาบ xz ที่  $y = 16.5 \text{ cm}$  และที่เวลาต่างๆ คลื่นจะมีการกระจายตัวดังภาพที่ 5

t=66.7 ps



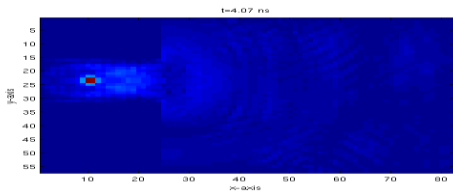
(a)

t=400 ps

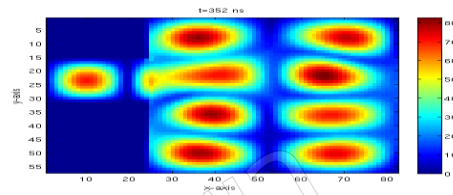


(b)

t = 4.1 ns



steady state t = 352 ns



ภาพที่ 5 การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่เวลาต่างๆ

ภาพที่ 5 แสดงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่เวลาต่างๆ กล่าวคือ ภาพที่ 5(a) แสดงคลื่นที่เวลา 66.7 ps เป็นเวลาที่คลื่นกระจายตัวออกจากแหล่งกำเนิด (source) เมื่อเวลาผ่านไปจนกระทั่งประมาณ 400 ps ภาพที่ 5(b) คลื่นเริ่มกระจายทั่วท่อนำคลื่น จากนั้นที่เวลาประมาณ 4.1 ns ภาพที่ 5(c) คลื่นเริ่มกระจายตัวทั่วทั้งห้องคลื่นและคลื่นเริ่มเข้าสู่สภาวะคงตัว (steady state) ที่เวลาประมาณ 352 ns ดังภาพที่ 5(d)

## 2.2 การกระจายตัวของคลื่นเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady state)

ผลการจำลองเมื่อคลื่นเข้าสู่สภาวะคงตัวจะเกิดเป็นคลื่นนิ่งเมื่อแยกพิจารณาเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมและส่วนของห้องคลื่น ดังนี้

### - ผลการจำลองท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากทำหน้าที่ในการนำพลังงานคลื่นไมโครเวฟแพร่กระจายเข้าไปยังห้องคลื่นตามทิศทางแกน z และโหมดที่ใช้ในการจำลองการส่งคลื่นเป็นโหมด TE<sub>10</sub> โดยมีส่วนประกอบของสนามเป็นไปตามสมการ (12) ถึง (15) และเมื่อใช้ Meep ในการจำลองจะได้ผลของสนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมแสดงดังภาพที่ 6

จากภาพที่ 6 แสดงรูปแบบของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมโหมด TE<sub>10</sub> ซึ่งถ้ามองในภาคตัดขวางหรือตามแนวแกน y สามารถแสดงได้ดังภาพที่ 7

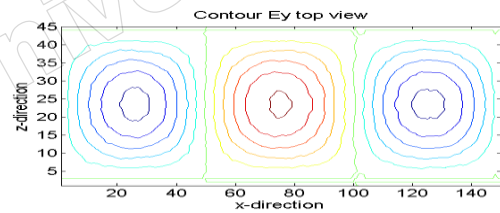
จากภาพที่ 7 แสดงองค์ประกอบของสนามไฟฟ้า E<sub>y</sub> ซึ่งมีลักษณะเป็นครึ่งลูกคลื่นตามสมการ (20) และจากสมการดังกล่าวเมื่อพิจารณาที่ขอบเขตทั้งสองด้านที่ x = 0 และ x = a

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (12)$$

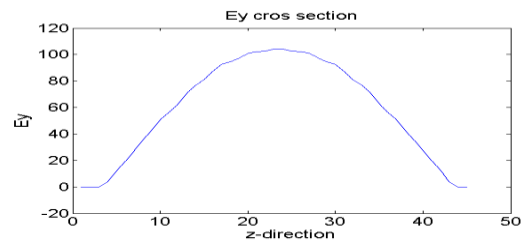
$$H_x = j \frac{\beta a H_0}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (13)$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu_0 a H_0}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (14)$$

$$E_x = H_y = 0 \quad (15)$$



ภาพที่ 6 สนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม

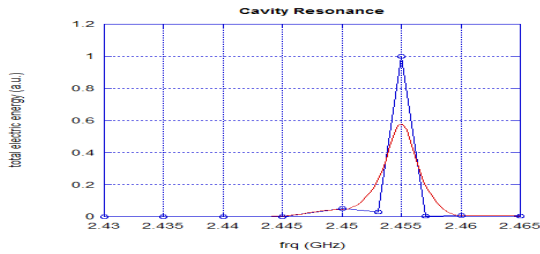


ภาพที่ 7 การกระจายสนามไฟฟ้าตามระยะ a โดยใช้ Meep

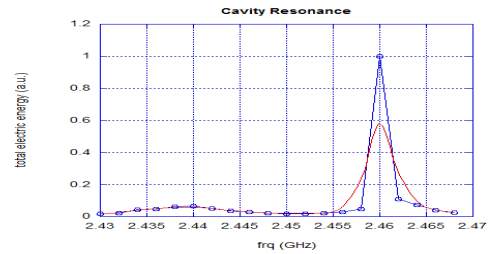
จะต้องค้ประกอบของสนามไฟฟ้า E<sub>y</sub> เป็น 0 ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตกรณีที่เป็นผนังโลหะ

### - ผลการจำลองภายในห้องคลื่น

เมื่อคลื่นไมโครเวฟถูกส่งจากท่อนำคลื่นเข้ามาในห้องคลื่น คลื่นก็จะแพร่กระจายภายในห้องคลื่น ไปจนถึงขอบเขตของห้องคลื่น



(a) ใช้ Meep



(b) ใช้ COMSOL

ภาพที่ 8 ช่วงความถี่การสั่นพ้องภายในห้องคลื่น (a) (b) โดยใช้ Meep และ COMSOL

ซึ่งเป็นผนังโลหะ ก็จะทำให้เกิดการสะท้อนของคลื่นขึ้นภายในห้องคลื่น และทำให้เกิดการซ้อนทับของคลื่นเกิดเป็นโหมดต่างๆ ภายในห้องคลื่นขึ้น ด้วยขนาดของห้องคลื่นที่ต่างกัน อาจทำให้ความถี่ของการสั่นพ้องที่ต่างกันได้ และจำนวนโหมดที่เกิดขึ้นอาจต่างกันด้วย สำหรับความถี่การสั่นพ้องแสดงได้ดังภาพที่ 8

จากภาพที่ 8 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานรวมของสนามไฟฟ้าทั้งหมดในช่วงความถี่ต่างๆ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า Meep และ COMSOL สามารถใช้ในการจำลองการสั่นพ้องภายในห้องคลื่นได้เหมือนกัน ภาพที่ 8(a) แสดงการจำลองด้วย Meep มีค่าความถี่การสั่นพ้องประมาณ 2.455 GHz และในภาพที่ 8(b) จำลองจาก COMSOL มีค่าความถี่การสั่นพ้องประมาณ 2.46 GHz จากการจำลองทั้งสองซอฟต์แวร์มีความคลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อย ประมาณ 0.2% ซึ่งอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นนี้น่าจะมาจากความละเอียดในการคำนวณ จึงทำให้ผลที่ได้แตกต่างออกไป

เมื่อนำค่าความถี่การสั่นพ้อง (Resonance Frequency) ที่ได้พิจารณาพร้อมกับสมการที่ (16) ซึ่งอธิบายถึงความถี่ของการสั่นพ้องกับโหมดต่างๆ ที่มีโอกาสเกิดขึ้นภายในห้องคลื่น ซึ่งได้ผลตามตารางที่ 1 และจากความสัมพันธ์ของการสั่นพ้อง ที่เกิดขึ้นในห้องคลื่นอธิบายได้ด้วยสมการที่ (16)

$$f_{mnp} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{d}\right)^2} \quad (16)$$

โดยที่  $f_{mnp}$  คือ ความถี่เรโซแนนซ์ของโหมด  $TE_{mnp}$  หรือ  $TM_{mnp}$  โดยที่  $a, b$  และ  $d$  คือ ขนาดของห้องคลื่น เมื่อนำขนาดของด้านต่างๆ ตามภาพที่ 4 มาคำนวณความเป็นไปได้ของโหมดต่างๆ ที่เกิดการสั่นพ้องตามสมการที่ (16) แสดงได้ตามตารางที่ 1

จากตารางที่ 1 แสดงความถี่ของการสั่นพ้องที่โหมดต่างๆ เมื่อนำกราฟภาพที่ 8 เทียบกับตารางที่ 1 พบว่าความถี่ที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันซึ่งมีค่าประมาณ 2.46 GHz และโหมดที่เกิดขึ้นคือโหมด

ตารางที่ 1 ความน่าจะเป็นของโหมดต่างๆที่อาจเกิดขึ้นในห้องคลื่น

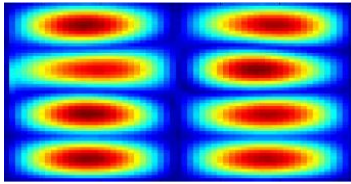
m	n	p	f (GHz)	m	n	p	f (GHz)
2	1	1	1.38	2	4	1	2.46
2	2	1	1.66	2	5	1	2.93
2	3	1	2.03	2	6	1	3.41

$TE_{241}$  ดังนั้นรูปแบบของสนามไฟฟ้า (Electric Field Pattern) ในแนวแกน x มีคลื่น 2 ครึ่งลูกคลื่น แนวแกน y มีคลื่น 4 ครึ่งลูกคลื่น และแนวแกน z มีคลื่นครึ่งลูกคลื่น แสดงในภาพที่ 9 และ 10

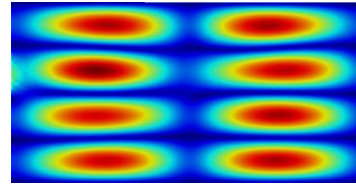
เมื่อพิจารณา รูปแบบของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในห้องคลื่นบนระนาบ xy จะได้ผลการจำลองดังภาพที่ 9 และบนระนาบ yz ดังภาพที่ 10 ตามลำดับ ในการตรวจสอบความถูกต้องของผลการจำลอง ได้ใช้ COMSOL ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ที่ได้รับการยอมรับอย่างแพร่หลายมาเปรียบเทียบกับการใช้ Meep สามารถแสดงผลที่ได้ดังภาพที่ 9 และ 10

จากภาพที่ 9 และ 10 โหมดที่เกิดขึ้นคือโหมด  $TE_{241}$  โดยที่  $m = 2, n = 4$  และ  $p = 1$  เมื่อพิจารณาบนระนาบ xy จากภาพที่ 9 จะเห็นว่าในแนวแกน x มีคลื่น 2 ครึ่งลูกคลื่น ในแนวแกน y มีคลื่น 4 ครึ่งลูกคลื่น และเมื่อพิจารณาในระนาบ yz จากภาพที่ 10 ตามแนวแกน z มีคลื่นครึ่งลูกคลื่น ดังนั้นจากผลการจำลองที่ได้จากการจำลองด้วย Meep หรือการจำลองด้วย COMSOL ผลที่ได้มีความสอดคล้องกัน ทั้งความถี่ของการสั่นพ้องซึ่งมีค่าใกล้เคียงกันมาก รวมทั้งโหมดที่ได้จากการคำนวณจากความถี่ของการสั่นพ้อง เมื่อพิจารณาที่รูปแบบของสนามไฟฟ้าที่ได้ต่างก็สอดคล้องกัน ซึ่งสามารถยืนยันได้ว่า Meep ให้ผลการจำลองแล้วที่มีความน่าเชื่อถือ และมีประสิทธิภาพในการคำนวณ ที่สำคัญ



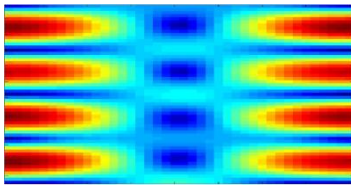


(a)

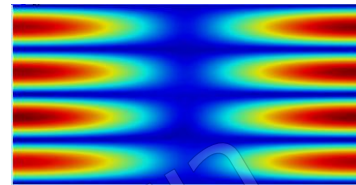


(b)

ภาพที่ 9 สนามไฟฟ้าบนระนาบ xy เมื่อ  $m = 2$  และ  $n = 4$  จำลองโดยใช้ (a) ใช้ Meep และ (b)ใช้ COMSOL ที่  $z = 17.5$  cm



(a)



(b)

ภาพที่ 10 สนามไฟฟ้าใน 2 มิติ บนระนาบ yz เมื่อ  $n = 4$  และ  $p = 1$  จำลองโดย (a) ใช้ Meep และ (b) ใช้ COMSOL ที่  $x = 23$  cm

เป็นซอฟต์แวร์ฟรี สามารถเข้าถึงได้และนำไปประยุกต์ใช้งาน  
ด้านอื่นๆ ทางคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้เป็นอย่างดี

### สรุป

Meep เป็นซอฟต์แวร์ฟรีที่ใช้สำหรับจำลองเพื่อหาผลเฉลยของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในปัญหาต่างๆ มีความยืดหยุ่นในการใช้งาน ไม่เสียค่าใช้จ่าย ที่สำคัญมีความแม่นยำสูง ซึ่งเห็นได้จากกรณีศึกษาคลื่นในห้องคลื่นแบบมีลติโหมด พบว่าผลที่ได้จากการจำลองด้วย Meep ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์ฟรี การจำลองด้วย COMSOL ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์เชิงพาณิชย์ และผลที่ได้จากการคำนวณมีความสอดคล้องกัน ดังนั้นผลที่ได้นี้ยืนยันได้ว่า Meep เป็นซอฟต์แวร์ฟรีที่ให้ผลการจำลองที่ถูกต้องและสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานเพื่อหาผลเฉลยทางด้านคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าอื่นๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพเทียบเท่า COMSOL

### กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณโครงการจัดตั้งศูนย์กริดมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่ ในการใช้ซอฟต์แวร์ COMSOL โครงการ JSTP สังกัดสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.) ห้องปฏิบัติการพลาสมาเพื่อการประยุกต์ทางสปีดโรน มหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์ และศูนย์ความเป็นเลิศด้านฟิสิกส์ (ThEP Center) ที่ช่วยอนุเคราะห์เงินทุนและสถานที่ในการทำวิจัย

### เอกสารอ้างอิง

- ผดุงศักดิ์ รัตนเดโช. (2551). พื้นฐานการทำความร้อนด้วยไมโครเวฟ. กทม.: มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- โครงการจัดตั้งศูนย์กริดมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์. (2011). Welcome to SIDA Cluster. สืบค้นเมื่อ 22 กันยายน 2554, from <http://sida.psu.ac.th/acquia-drupal/>
- A. Bojovschi, W. S. T. R., and A. K. L. Wong. (2010). Electromagnetic field intensity generated by partial discharge in high voltage insulating materials. *Progress In Electromagnetics Research*, 104, 167-182.
- Geedipalli, S. S. R., Rakesh, V., & Datta, A. K. (2007). Modeling the heating uniformity contributed by a rotating turntable in microwave ovens. *Journal of Food Engineering*, 82(3), 359-368.
- Higgins, J. A., Kernan, F., & Pejcinovic, B. (2011, 23-27 May 2011). *Application of open-source MEEP software to Terahertz radiation waveguide problems*. Paper presented at the MIPRO, 2011 Proceedings of the 34th International Convention.
- Kane, Y. (1966). Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 14(3), 302-307.

- Liu, K., Yuan, X. D., Ye, W. M., & Zeng, C. (2009). Air waveguide in a hybrid 1D and 2D photonic crystal hetero-structure. *Optics Communications*, 282(22), 4445-4448.
- Oskooi, A. F., Roundy, D., Ibanescu, M., Bermel, P., Joannopoulos, J. D., & Johnson, S. G. (2010). Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method. *Computer Physics Communications*, 181(3), 687-702.
- Ramesh, G. (2008). *Analytical and Computational Methods in Electromagnetics*: ARTECH HOUSE.
- Reader, T. V. C. T. C. a. H. C. (2000). *Understanding Microwave Heating Cavities*. USA: ARTECH HOUSE.
- Steven G. Johnson, J. D. J., & Marin Soljačić. (2009a, 2009, October 2). Meep. Retrieved September, 22, 2011, from <http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/Meep>
- Steven G. Johnson, J. D. J., & Marin Soljačić. (2009b, 16 November 2009). Meep Introduction. from [http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/Meep\\_Introduction](http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/Meep_Introduction)
- Sullivan, D. M. (1996). Exceeding the Courant condition with the FDTD method. *Microwave and Guided Wave Letters, IEEE*, 6(8), 289.
- Taflove, S. C. H. A. (2000). *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method* (2 ed.). London: Artech: Norwood.
- Geva, T. (2006). Magnetic resonance imaging: historical perspective. *J Cardiovasc Magn Reson*, 8(4), 573-580.
- Idris, A., Khalid, K., & Omar, W. (2004). Drying of silica sludge using microwave heating. *Applied Thermal Engineering*, 24(5-6), 905-918.
- Ramesh, G. (2008). *Analytical and Computational Methods in Electromagnetics*: ARTECH HOUSE.
- Reader, T. V. C. T. C. a. H. C. (2000). *Understanding Microwave Heating Cavities*. USA: ARTECH HOUSE.
- Taflove, S. C. H. A. (2000). *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method* (2 ed.). London: Artech: Norwood.