# การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไปโดยใช้การลงจุดตำแหน่ง

# Parameter Estimation of the Generalized Pareto Distribution by Using a Plotting Position

วรภัทร เมืองสุวรรณ[1*] มานัดถุ์ คำกอง[2] และ พุฒิพงษ์ พุกกะมาน[2]

Vorapat Muangsuwan[1*], Manad Khamkong[2] and Putipong Bookkamana[2]

[1]*บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่*

[2]*ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่*

[1]*Graduate School Chiang Mai University*

[2]*Department of Statistics, Faculty of Science, Chiang Mai University*

Received : 28 August 2017

Accepted : 16 October 2017

Published online : 18 October 2017

## บทคัดย่อ

การศึกษาครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป โดยวิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่งที่เหมาะสม และเปรียบเทียบกับวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็น พร้อมทั้งประยุกต์ใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์กับข้อมูลทางด้านการเงิน ผลการศึกษาพบว่า ในส่วนของการจำลองข้อมูล วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่ง มีค่าความเอนเอียงและรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด สำหรับขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีค่าความเอนเอียงและรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดสำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ ในส่วนการประยุกต์ใช้ข้อมูลของหลักทรัพย์บริษัททรูคอร์ปอเรชั่น จำกัด (มหาชน) หรือบริษัท (TRUE) พบว่า มูลค่าความเสี่ยงของวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็น และวิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่งที่เหมาะสมที่ควอนไทล์ 95% มีค่าเท่ากับ 0.1066, 0.1080 และ 0.1084 ตามลำดับ และควอนไทล์ 99% มีค่าเท่ากับ 0.1838, 0.1801 และ 0.1796 ตามลำดับ ดังนั้นถ้านักลงทุนจะเข้ามาลงทุนในหลักทรัพย์บริษัททรู จะมีความเสี่ยงในการลงทุนสูง แต่อย่างไรก็ตามมูลค่าความเสี่ยงที่ได้ศึกษานี้เป็นเพียงแนวทางเบื้องต้นที่ใช้ในการตัดสินใจเลือกลงทุนในตลาดหลักทรัพย์ ซึ่งถ้านักลงทุนสนใจจะลงทุนควรคำนึงถึงปัจจัยอื่น ๆ อีกด้วย

**คำสำคัญ**: การแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป การลงจุดตำแหน่ง มูลค่าความเสี่ยง การประมาณค่าควอนไทล์

*Corresponding author. E-mail : nupaulzz@gmail.com

## Abstract

The objective of this research is to propose the parameter estimation methods of the generalized Pareto distribution. A modified plotting position method was optimized and compared with maximum likelihood estimator and probability weighted moments methods then applied them thru the financial data. The parameter estimation with a modified plotting position method results showed the lowest in bias value and root mean square error for small sample size. The maximum likelihood estimator method showed the lowest in bias value and root mean square error for large sample size. For applied data of securities of company True Corporation PCL or company (TRUE) found that the Value at Risk of maximum likelihood estimator, probability weighted moments and modified plotting position methods that fit at quantile 95% equals 0.1066, 0.1080 and 0.1084 respectively and quantile 99% equals 0.1838, 0.1801 and 0.1796 respectively. Therefore, if investors are to invest in this securities of company (TRUE). There is a high investment risk. However, the Value at Risk is just a preliminary guide to invest in the stock market. If investors are interested in investing, they should consider other factors.


**Keywords**: generalized Pareto distribution, plotting position, value at risk, quantile estimation

**บทนำ**

ตลาดหลักทรัพย์ หรือ ตลาดหุ้น เป็นสถานที่สำหรับซื้อขายแลกเปลี่ยนหลักทรัพย์ระยะยาว ของ บริษัทมหาชนจำกัด ซึ่งถือว่าเป็นตลาดรอง (Secondary Market) ทั้งนี้เนื่องจากจะทำการซื้อขายเฉพาะหลักทรัพย์ที่ได้ออกจำหน่ายให้แก่ประชาชนโดยทั่วไปแล้วเท่านั้น หลักทรัพย์ระยะยาว จะประกอบไปด้วยตราสารหนี้ และตราสารทุนซึ่งประกอบไปด้วย หุ้นสามัญ หุ้นบุริมสิทธิ ใบสำคัญแสดงสิทธิแบบต่าง ๆ เป็นต้น ทำให้ในปัจจุบันการซื้อขายหลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยเป็นที่นิยมและรู้จักกันอย่างกว้างขวาง เนื่องจากเป็นแหล่งระดมเงินทุนระยะยาว ที่มีผลตอบแทนสูงกว่าการลงทุนประเภทอื่น เช่น การลงทุนในรูปเงินฝากกับธนาคารพณิชย์ ซึ่งได้ผลตอบแทนที่ต่ำกว่าการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์ จึงทำให้มีผู้สนใจเข้ามาลงทุนเพื่อสร้างความมั่งคั่งให้กับตนเองเป็นจำนวนมาก

การลงทุนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยมีความอ่อนไหวสูง ไม่ว่าจะมีเหตุการณ์ใด ๆ เกิดขึ้นก็จะส่งผลกระทบต่อสภาวะตลาดได้อย่างรวดเร็ว เช่น ปัญหาเศรษฐกิจและการเมือง จะส่งผลให้ราคาหลักทรัพย์มีความผันผวนตลอดเวลา ทำให้ผลตอบแทนไม่เป็นไปตามที่นักลงทุนคาดหวัง จึงทำให้เกิดความเสี่ยงขึ้น ดังนั้นการลงทุนในหลักทรัพย์ควรมีหลักเกณฑ์ในการพิจารณาเพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจลงทุนในตลาดหลักทรัพย์ ซึ่งในทางทฤษฎีนักลงทุนต้องพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนจากการลงทุนและความเสี่ยงจากการลงทุนเพื่อประเมินการลงทุน และการวัดความเสี่ยงด้วยตัวชี้วัดความเสี่ยงที่เหมาะสม

การวัดมูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk: VaR) เป็นการวัดความเสียหายที่อาจเกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงของราคาหลักทรัพย์ ซึ่งวัดเป็นมูลค่าความเสียหายหรือการขาดทุนเป็นจำนวนเงินได้ภายในช่วงระยะเวลาหนึ่งที่นักลงทุนต้องการทราบ โดยจะใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theory) เข้ามาช่วยในการวัดมูลค่าความเสี่ยง เนื่องจากราคาหลักทรัพย์ที่มีความ

ผันผวนตลอดเวลานั้นทำให้ข้อมูลมีค่าที่อยู่ในตำแหน่งที่ผิดปกติ หรือช่วงของราคาหลักทรัพย์อยู่ในตำแหน่งที่สูงมาก ๆ และลักษณะข้อมูลมีการแจกแจงแบบหางหนัก (Heavy-tailed Distribution) ดังนั้นการแจกแจงที่จะเหมาะสมในทฤษฎีค่าสุดขีดนั้น คือ การแจกแจงพาโรโตนัยทั่วไป (Generalized Pareto Distribution) ในการสร้างแบบจำลองด้วยข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ที่เกิดค่าสุดขีดที่ $x$ จะมีค่าสูงกว่าค่า $u$ จะเรียกว่า การกำหนดค่าเกณฑ์ (Threshold) แล้วนำการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้ไปประมาณมูลค่าความเสี่ยงที่เกิดขึ้นจากการลงทุนในหลักทรัพย์ในทางการเงิน จากการทบทวนงานวิจัยของ Jockovic (2012) ที่ได้นำวิธีการประมาณค่าของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไปประยุกต์ใช้ในด้านการเงิน คือวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะมีประสิทธิภาพดีในกรณีขนาดตัวอย่างใหญ่ และวิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็นจะมีประสิทธิภาพดีในกรณีขนาดตัวอย่างเล็ก แต่ก็ยังมีข้อจำกัดบางประการในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป

ดังนั้นผู้วิจัยสนใจที่จะทำการศึกษาการหาตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป เพื่อเป็นทางเลือกในการเลือกใช้การประมาณค่าให้เหมาะสมกับลักษณะข้อมูลพร้อมทั้งประยุกต์กับข้อมูลทางด้านการเงิน

## วิธีการดำเนินการวิจัย

1. **การแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป** (Generalized Pareto Distribution: GPD) ถ้าตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไปซึ่งมีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ $\sigma$ และ $k$ เขียนแทนด้วยโดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x;\sigma,k)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma}\left(1-\dfrac{kx}{\sigma}\right)^{\frac{1}{k}-1}, & k\neq 0,\quad \sigma>0,\\ \dfrac{1}{\sigma}\exp\left(-\dfrac{x}{\sigma}\right), & k=0,\quad \sigma>0,\end{cases} \tag{1}$$

และมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม คือ

$$F(x;\sigma,k)=\begin{cases}1-\left(1-\dfrac{kx}{\sigma}\right)^{\frac{1}{k}}, & k\neq 0,\quad \sigma>0,\\ 1-\exp\left(-\dfrac{x}{\sigma}\right), & k=0,\quad \sigma>0,\end{cases} \tag{2}$$

โดยที่ $0<x<\infty$ สำหรับ $k\leq 0$ และ $0\leq x\leq \dfrac{\sigma}{k}$ สำหรับ $k>0$

ซึ่งประกอบด้วยพารามิเตอร์ 2 ตัวได้แก่ พารามิเตอร์ k แสดงถึงรูปร่าง (shape parameter) พารามิเตอร์ $\sigma$ แสดงถึงขนาด (scale parameter) จะเห็นได้ว่าพารามิเตอร์ที่สำคัญและมีผลต่อรูปแบบการแจกแจงของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไปอย่างมากคือ k กล่าวคือ

เมื่อ $k < 0$ แล้วลิมิตของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะมีขอบเขตบนของ $u - \frac{\sigma}{k}$

เมื่อ $k > 0$ แล้วลิมิตของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะไม่มีขอบเขต

เมื่อ $k = 0$ แล้วลิมิตของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะลดเข้าสู่การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution)

ถ้าตัวแปรสุ่ม $x$ มีการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป จะมีสมบัติที่สำคัญดังนี้

ค่าคาดหมาย $E(X) = \frac{\sigma}{k+1}$ ; $k \neq -1$

ความแปรปรวน $Var(X) = \frac{\sigma^2}{(1+k)^2(1+2k)}$ ; $k \neq -1$

**2. การประมาณค่าพารามิเตอร์**

การประมาณค่าพารามิเตอร์เป็นกระบวนการหนึ่งของการใช้สารสนเทศที่ได้จากข้อมูลตัวอย่างเพื่อไปอธิบายลักษณะเฉพาะที่สนใจของประชากรซึ่งเรียกว่า ค่าพารามิเตอร์ (Parameter) ซึ่งวิธีที่นำมาหาตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์มีด้วยกันหลายวิธี แต่วิธีที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายได้แก่ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator : MLE) และวิธีโมเมนต์ (Moment Method) โดยในปัจจุบันได้มีนักสถิติหลายท่านให้ความสนใจพัฒนาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบหางหนัก (Heavy-tailed Distribution) ซึ่งจากการศึกษาของ Hosking และ Wallis (1987) ทำให้ผู้วิจัยเลือกมาศึกษาเพียง 2 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะมีประสิทธิภาพดีในกรณีขนาดตัวอย่างใหญ่ และวิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็นจะมีประสิทธิภาพดีในกรณีขนาดตัวอย่างเล็ก แล้ว Jockovic (2012) ได้นำวิธีการประมาณค่าดังกล่าวไปประยุกต์ใช้ในด้านการเงิน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจทำการปรับปรุงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีการแปลงการจุดตำแหน่งที่เหมาะสม โดยมีรายละเอียดดังนี้

**2.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)** ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่กำกับการเกิดขึ้นของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไปนั้นใช้การประมาณค่าภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator: MLE) ซึ่งจากฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นในสมการที่ 1 สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณีดังนี้

กรณีที่ 1 เมื่อ $k \neq 0$ มีล็อกของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Log-likelihood function) คือ

$$L(\sigma, k) = -n\ln\sigma - \left(1 + \frac{1}{k}\right)\sum_{i=1}^{n} \ln\left(1 + \frac{kx_i}{\sigma}\right) \quad (3)$$

เมื่อ $\left(1 + \frac{kx_i}{\sigma}\right) > 0$ สำหรับ $i = 1,2,3,\ldots, n$ (4)

ถ้าสมการที่ 4 ไม่จริงแล้วจะมีอย่างน้อยหนึ่งค่าของข้อมูลที่ตกไปอยู่นอกขอบเขต ของการแจกแจงซึ่งฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีค่าเท่ากับ 0 และล็อกของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีค่าเป็น $-\infty$

กรณีที่ 2 เมื่อ $k = 0$ มีล็อกของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น คือ

$$L(\sigma) = -n\ln\sigma - \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (5)$$

จากล็อกของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นจะนำไปสู่ตัวประมาณพารามิเตอร์ภาวะน่าจะเป็นสูงสุด แต่ในการจะแก้สมการเพื่อหาตัวประมาณนั้นต้องใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) เข้ามาช่วยพิจารณาเงื่อนไขของฟังก์ชันหนาแน่นความน่าจะเป็นที่กล่าวว่า $u - \frac{\sigma}{k}$ คือจุดสูงสุดของการแจกแจง เมื่อ $0 < k$ และ $u - \frac{\sigma}{k}$ คือจุดต่ำสุดเมื่อ $k > 0$

### 2.2 **วิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็น** (Probability Weighted Moments: PWM)

ให้ $X_{1:n}, X_{2:n}, \ldots, X_{n:n}$ เป็นตัวแปรสุ่มเรียงลำดับจาก GPD $(k, \sigma)$ ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x; \sigma, k) = \frac{1}{\sigma}\left(1 - \frac{kx}{\sigma}\right)^{\frac{1}{k}-1} \qquad (6)$$

โดยจะกำหนดให้ $\sum_{j=1}^{n} (1 - p_{j:n})^{s} x_{j:n}$ ; $s = 0,1,2,..$

และ $p_{j:n} = \frac{j - 0.35}{n}$ เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก แล้วทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ $\sigma$ และ $k$

### 2.3 **วิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่ง** (Modified Plotting Position: MPP)

จากวิธี PWM ที่กำหนดให้ $X_{1:n}, X_{2:n}, \ldots, X_{n:n}$ เป็นตัวแปรสุ่มเรียงลำดับจาก GPD $(k, \sigma)$ ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นใน สมการที่ (6) แล้วกำหนดให้

$$\sum_{j=1}^{n} (1 - p_{j:n})^{s} x_{j:n} \quad \text{และ} \quad p_{j:n} = \frac{j - 0.35}{n}$$

เป็นตัวถ่วงน้ำหนักในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจเลือกวิธีการลงจุดตำแหน่งของ Hirsch (1981) เป็นตัวถ่วงน้ำหนักใหม่คือ $p_{j:n} = \frac{j - 0.5}{n + 1}$ โดยวิธีการลงจุดตำแหน่งเป็นการเปลี่ยนตำแหน่งการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง ดังนั้น

การเปลี่ยนตัวถ่วงน้ำหนักใหม่จะทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป มีความเหมาะสมและให้ประสิทธิภาพสอดคล้องกับข้อมูลที่มีลักษณะเบ้ขวา

**3. การทดสอบภาวะสารูปดี** (Goodness-of-fit Tests)

**3.1 การทดสอบแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่ง** (Anderson-Darling Test: AD) คือสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี เมื่อข้อมูลอยู่ในมาตราเชิงอันดับที่ (Ordinal scale) และลักษณะการแจกแจงข้อมูลเป็นแบบต่อเนื่อง ซึ่งจะมีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$AD^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)\left[\ln F(x_i) + \ln\left(1 - F(x_{n+1+i})\right)\right] \quad (7)$$

เมื่อ $n$ คือ ขนาดตัวอย่าง

$F(x_i)$ คือฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงที่คาดหมายของ $x_i$

**4. ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย**

**4.1 การจำลอง**

4.1.1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้ ประกอบด้วยวิธีดังต่อไปนี้

1) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

2) วิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็น

3) วิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่ง

4.1.2 กำหนดพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $k$ = -0.6, -0.4, -0.2, 0.2, 0.4, 0.6 และพารามิเตอร์แสดงขนาด $\sigma$ = 1 เพราะว่าพารามิเตอร์แสดงขนาดไม่ส่งผลต่อพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง

4.1.3 โดยสุ่มตัวอย่างขนาด 15, 30, 50, 100, 300 และ 500

4.1.4 ทำซ้ำในข้อ 4.11 ถึงข้อ 4.13 จำนวน 1,000 ครั้ง

4.1.5 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ดูจากค่าความเอนเอียง (bias) และรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (root mean square error : RMSE) ที่มีค่าน้อยที่สุด

4.1.6 สรุปผล

**4.2 ข้อมูลจริง**

4.2.1 ใช้ข้อมูลราคาปิดรายสัปดาห์ของหลักทรัพย์บริษัททรูคอร์ปอเรชั่น จำกัด (มหาชน) หรือบริษัท (TRUE) เนื่องจากปัจจุบันมีการใช้โทรศัพท์และอินเทอร์เน็ต เป็นจำนวนมากในการติดต่อสื่อสาร ซึ่งบริษัท (TRUE) มีการพัฒนาเครือข่ายอย่างต่อเนื่อง รวดเร็ว มีการบริการที่ดีเยี่ยม และสิทธิพิเศษหลากหลาย ทั้งส่วนลด ทั้งสถานที่จอดรถ เป็นต้น ดังนั้นจึงเลือกที่จะศึกษาหลักทรัพย์บริษัท (TRUE) โดยจะศึกษาจากตัวอย่างของหลักทรัพย์ธุรกิจที่จดทะเบียนในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยจำนวน 1 หลักทรัพย์ในช่วงระยะเวลาตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม 2555 ถึง วันที่ 25 ธันวาคม 2559 (True Corporation PCL, 2017)

4.2.2 นำข้อมูลดิบจากข้อ 4.2.1 มาทำการคำนวณหาค่าอัตราผลตอบแทน (Return Rate) คืออัตราผลกำไรหรือขาดทุนที่ได้รับจากการลงทุนในหลักทรัพย์ สามารถคำนวณได้จาก $R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$ โดยกำหนดให้ $S_1, S_2, ..., S_t$ คือราคาปิดของหลักทรัพย์ ณ เวลาที่ t โดยที่ $t = 1,2,3,...$ (ระยะเวลามักจะใช้เป็นรายวัน, รายสัปดาห์, หรือรายเดือน) โดยการศึกษาครั้งนี้กำหนดให้เป็นรายสัปดาห์

4.2.3 จากข้อ 4.2.2 จะได้ค่าอัตราผลตอบแทนมาแล้ว นำไปหาค่าเกณฑ์ที่เหมาะสม โดยการใช้ฟังก์ชันส่วนเกินค่าเฉลี่ย (Mean excess function) สามารถคำนวณได้จาก $F_u(x) = P(X - u \leq x \mid X > u),\ x > 0$

4.2.4 หลังจากได้ค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมในข้อ 4.2.3 แล้วนำค่าเกณฑ์ที่ได้มาทำการตรวจสอบว่ามีการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไปหรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบของแอนเดอร์สัน-ดาร์ลิ่ง (Anderson-Darling test) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4.2.5 นำข้อมูลจากข้อ 4.2.4 ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแต่ละวิธี

4.2.6 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ดูจากค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Std. Error) ที่มีค่าน้อยที่สุด

4.2.7 นำข้อมูลจากข้อ 4.2.4 ทำการประมาณมูลค่าความเสี่ยง (VaR) สามารถคำนวณได้จาก

$$VaR(1 - p) = u + \frac{\sigma}{k}\left[\left(\frac{N}{N_u}p\right)^{-k} - 1\right]$$

4.2.8 สรุปผล

**ผลการวิจัยและวิจารณ์ผล**

ผลการจำลองข้อมูลสามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ดังนี้

***ตารางที่ 1*** ค่าความเอนเอียง (bias) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ k

| n | Method | k | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | -0.6 | -0.4 | -0.2 | 0.2 | 0.4 | 0.6 |
| 15 | MLE | 0.3573 | 0.3878 | 0.3831 | 0.3944 | 0.4131 | 0.4362 |
| | PWM | 0.3673 | 0.3240 | 0.2909 | 0.2689 | 0.2847 | 0.3177 |
| | MPP | **0.3161*** | **0.2772*** | **0.2483*** | **0.2317*** | **0.2511*** | **0.2915*** |
| 30 | MLE | **0.2218*** | 0.2114 | 0.2045 | 0.2191 | 0.2350 | 0.2539 |
| | PWM | 0.2582 | 0.2249 | 0.1997 | 0.1846 | 0.1963 | 0.2213 |
| | MPP | 0.2410 | **0.2098*** | **0.1861*** | **0.1721*** | **0.1850*** | **0.2131*** |
| 50 | MLE | **0.1386*** | **0.1326*** | **0.1320*** | 0.1544 | 0.1706 | 0.1889 |
| | PWM | 0.1897 | 0.1653 | 0.1467 | 0.1377 | 0.1495 | 0.1722 |
| | MPP | 0.1821 | 0.1586 | 0.1401 | **0.1318*** | **0.1444*** | **0.1686*** |
| 100 | MLE | **0.0817*** | **0.0782*** | **0.0819*** | 0.1029 | 0.1155 | 0.1289 |
| | PWM | 0.1296 | 0.1126 | 0.1003 | 0.0962 | 0.1082 | 0.1285 |
| | MPP | 0.1269 | 0.1105 | 0.0979 | **0.0941*** | **0.1064*** | **0.1273*** |
| 300 | MLE | **0.0391*** | **0.0377*** | **0.0415*** | **0.0556*** | **0.0635*** | **0.0717*** |
| | PWM | 0.0754 | 0.0655 | 0.0580 | 0.0564 | 0.0668 | 0.0846 |
| | MPP | 0.0746 | 0.0650 | 0.0575 | 0.0560 | 0.0664 | 0.0844 |
| 500 | MLE | **0.0287*** | **0.0278*** | **0.0309*** | **0.0426*** | **0.0487*** | **0.0551*** |
| | PWM | 0.0592 | 0.0515 | 0.0454 | 0.0430 | 0.0513 | 0.0681 |
| | MPP | 0.0589 | 0.0512 | 0.0451 | 0.0428 | 0.0511 | 0.0680 |

*ค่า bias ที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด

จากตารางที่ 1 ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ได้แก่ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) วิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็น (PWM) และวิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่ง (MPP) พบว่า สำหรับขนาดตัวอย่างเล็ก (n=15,30) ค่าความเอนเอียงของวิธี MPP จะมีค่าต่ำที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างปานกลาง (n=50,100) พบว่า วิธี MLE มีค่าความเอนเอียงต่ำที่สุดสำหรับพารามิเตอร์แสดงรูปร่างที่ $-0.6 < k < -0.2$ วิธี MPP มีค่าความเอนเอียงต่ำที่สุดสำหรับพารามิเตอร์แสดงรูปร่างที่ $0.2 < k < 0.6$ และเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ (n=300,500) พบว่า วิธี MLE มีค่าความเอนเอียงต่ำที่สุด

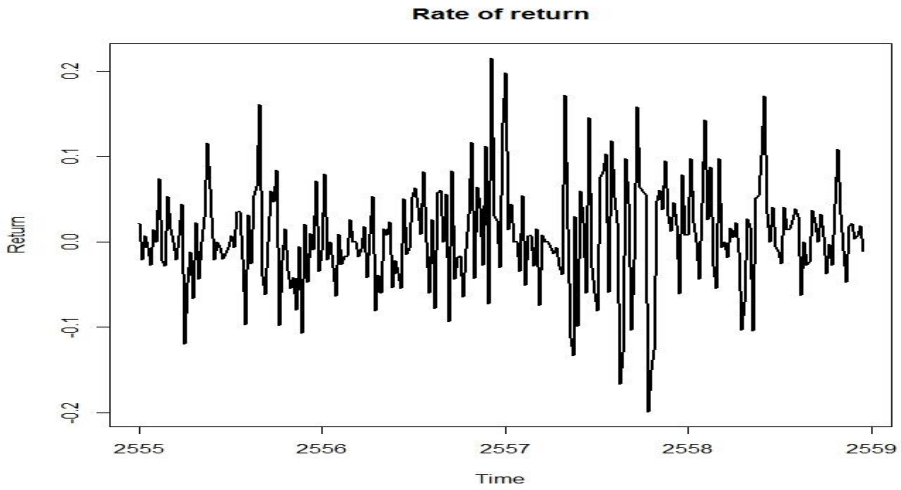
***ตารางที่ 2*** รากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ k

| n | Method | k | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | -0.6 | -0.4 | -0.2 | 0.2 | 0.4 | 0.6 |
| 15 | MLE | 0.4173 | 0.4659 | 0.4820 | 0.5154 | 0.5370 | 0.5600 |
| | PWM | 0.4824 | 0.4261 | 0.3862 | 0.3651 | 0.3816 | 0.4163 |
| | MPP | **0.3926*** | **0.3474*** | **0.3158*** | **0.3083*** | **0.3333*** | **0.3779*** |
| 30 | MLE | **0.2697*** | 0.2733 | 0.2667 | 0.2846 | 0.3042 | 0.3271 |
| | PWM | 0.3385 | 0.2952 | 0.2626 | 0.2430 | 0.2559 | 0.2825 |
| | MPP | 0.3062 | **0.2678*** | **0.2390*** | **0.2248*** | **0.2406*** | **0.2712*** |
| 50 | MLE | **0.1755*** | **0.1754*** | **0.1726*** | 0.1962 | 0.2147 | 0.2358 |
| | PWM | 0.2446 | 0.2133 | 0.1896 | 0.1782 | 0.1928 | 0.2181 |
| | MPP | 0.2302 | 0.2011 | 0.1790 | **0.1701*** | **0.1860*** | **0.2132*** |
| 100 | MLE | **0.1032*** | **0.0987*** | **0.1025*** | 0.1274 | 0.1438 | 0.1612 |
| | PWM | 0.1640 | 0.1429 | 0.1269 | 0.1211 | 0.1357 | 0.1584 |
| | MPP | 0.1591 | 0.1387 | 0.1232 | **0.1183*** | **0.1333*** | **0.1569*** |
| 300 | MLE | **0.0495*** | **0.0477*** | **0.0522*** | **0.0701*** | **0.0803*** | **0.0907*** |
| | PWM | 0.0939 | 0.0818 | 0.0726 | 0.0709 | 0.0842 | 0.1046 |
| | MPP | 0.0929 | 0.0809 | 0.0719 | 0.0704 | 0.0837 | 0.1043 |
| 500 | MLE | **0.0364*** | **0.0353*** | **0.0386*** | **0.0532*** | **0.0615*** | **0.0699*** |
| | PWM | 0.0736 | 0.0639 | 0.0564 | 0.0541 | 0.0654 | 0.0853 |
| | MPP | 0.0731 | 0.0635 | 0.0561 | 0.0538 | 0.0652 | 0.0852 |

*ค่า RMSE ที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด

จากตารางที่ 2 ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ได้แก่ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) วิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็น (PWM) และวิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่ง (MPP) พบว่า สำหรับขนาดตัวอย่างเล็ก (n=15,30) รากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธี MPP จะมีค่าต่ำที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างปานกลาง (n=50,100) พบว่า วิธี MLE มีค่ารากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุดสำหรับพารามิเตอร์แสดงรูปร่างที่ $-0.6 < k < -0.2$ วิธี MPP มีค่ารากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุดสำหรับพารามิเตอร์แสดงรูปร่างที่ $0.2 < k < 0.6$ และเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ (n=300,500) พบว่า วิธี MLE มีรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด

สำหรับข้อมูลจริงมีผลการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้ ข้อมูลราคาปิดรายสัปดาห์ของหลักทรัพย์ TRUE พบว่า




ที่มา : https://th.investing.com/equities/true-corporati-historical-data

***ภาพที่ 1*** อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ TRUE

จากภาพที่ 1 สรุปได้ว่าอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ TRUE ในปี พ.ศ. 2555 – 2556 มีแนวโน้มลดลงเนื่องจากเศรษฐกิจมีการชะลอตัวลง ส่วนปี พ.ศ. 2557 มีแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากเศรษฐกิจมีการขยายตัวเพิ่มขึ้นในช่วงครึ่งปีหลัง ส่วนปี พ.ศ. 2558 จะเห็นว่า มีแนวโน้มลดลงถึงแม้ว่าเศรษฐกิจจะมีการขยายตัวอย่างช้า ๆ เนื่องจากสถาบันการเงินยังมีความระมัดระวังในการปล่อยสินเชื่อทำให้ความสามารถในการทำกำไรของสถาบันการเงินด้อยลง และ ปี พ.ศ. 2559 มีแนวโน้มกลับมาเพิ่มขึ้น จากการที่เศรษฐกิจมีแนวโน้มเพิ่มตัวอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นจากข้อมูลอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในภาพที่ 1 จะต้องหาค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมสำหรับข้อมูล โดยการเลือกค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมเป็นสิ่งที่สำคัญเป็นอย่างมาก ต้องระวังไม่ให้เลือกค่าเกณฑ์ที่ต่ำเกินไปหรือสูงเกินไป เพราะถ้าเลือกค่าที่ต่ำเกินไปจะทำให้มีจำนวนค่าที่สูงกว่าเกณฑ์เป็นจำนวนมาก ซึ่งจะทำให้ข้อมูลไม่เป็นการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป แต่ถ้าเลือกค่าเกณฑ์ที่สูงเกินไปจะทำให้มีจำนวนค่าที่สูงกว่าค่าเกณฑ์น้อยเกินไปที่จะไปทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ ดังนั้นการเลือกค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมจะต้องอาศัยฟังก์ชันการแจกแจงส่วนเกินค่าเฉลี่ย (Mean Excess Function) ของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป จึงจะได้ค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมดังนี้

***ตารางที่ 3*** การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติของหลักทรัพย์ทรู

| ค่าเกณฑ์ u | จำนวนค่าที่สูงกว่าค่าเกณฑ์ | วิธี | ค่าพารามิเตอร์ | | สถิติทดสอบ AD | ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน | | $VaR_{0.95}$ | $VaR_{0.99}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | k | $\sigma$ | | k | $\sigma$ | | |
| 0.1122 | 12 | MLE | -0.6966 | 0.0759 | 4.4867 | 0.4990 | 0.0393 | 0.1066 | 0.1838 |
| | | PWM | -0.3490 | 0.0570 | 4.7346 | 0.3966 | 0.0252 | 0.1080 | 0.1801 |
| | | MPP | -0.2381 | 0.0524 | 5.6811 | 0.3689 | 0.0231 | 0.1084 | 0.1796 |

จากตารางที่ 3 เมื่อวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติของหลักทรัพย์บริษัท TRUE โดยการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง GPD ทั้ง 3 วิธี พบว่ามีค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมคือ $u$ =0.1122 โดยมีค่าที่สูงกว่าค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมจำนวน 12 ค่า จากข้อมูลอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ทั้งสิ้น 258 ค่า แล้วนำค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมจำนวน 12 ค่า มาทำการประมาณค่าพารามิเตอร์จะได้ว่า ค่าพารามิเตอร์แสดงถึงรูปร่าง k ของวิธี MLE, PWM และ MPP มีค่าเท่ากับ -0.6966, -0,3490 และ -0.2381 ตามลำดับ และค่าพารามิเตอร์แสดงขนาด $\sigma$ ของวิธี MLE, PWM และ MPP มีค่าเท่ากับ 0.0759, 0.0570 และ 0.0524 ตามลำดับ สถิติทดสอบ AD ของวิธี MLE, PWM และ MPP มีค่าเท่ากับ 4.4867, 4.7346 และ 5.6811 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบพาเรโตนัยทั่วไป และค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Std. Error) ของ วิธี MPP จะมีค่าน้อยที่สุดซึ่งหมายความว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MPP ให้ประสิทธิภาพดีที่สุด รองลงมาคือวิธี PWM และ MLE ตามลำดับ สำหรับการประมาณมูลค่าความเสี่ยง พบว่ามูลค่าความเสี่ยงที่ควอนไทล์ 95% ( $VaR_{0.95}$ ) สามารถอธิบายได้ว่า ภายใน 100 สัปดาห์ ข้างหน้าจะมีอยู่ 5 สัปดาห์ ที่นักลงทุนมีโอกาสที่จะได้กำไรหรือขาดทุนเมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MLE, PWM และ MPP เท่ากับ 0.1066, 0.1080 และ 0.1084 ซึ่งคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ได้ 10.66%, 10.80% และ 10.84% ตามลำดับ และมูลค่าความเสี่ยงที่ควอนไทล์ที่ 99% ( $VaR_{0.99}$ ) สามารถอธิบายได้ว่า ภายใน 100 สัปดาห์ข้างหน้าจะมีอยู่ 1 สัปดาห์ ที่นักลงทุนมีโอกาสที่จะได้กำไรหรือขาดทุน เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MLE, PWM และ MPP เท่ากับ 0.1838, 0.1801 และ 0.1796 ซึ่งคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ได้ 18.38%, 18.01% และ 17.96% ตามลำดับ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า หากนักลงทุนสนใจจะเข้ามาลงทุนในหลักทรัพย์บริษัท TRUE จะมีความเสี่ยงในการลงทุนสูง

**สรุปผลการวิจัย**

จากผลการวิจัยพบว่าในส่วนของการจำลองข้อมูลเมื่อมีการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป วิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่งมีค่าความเอนเอียงและรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด จึงมีประสิทธิภาพดีสุด สำหรับขนาดตัวอย่างเล็ก (n=15,30) รองลงมาคือวิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็น และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิภาพน้อยที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างปานกลาง (n=50,100) พบว่าพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง k เป็นลบ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีค่าความเอนเอียงและรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด และพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง k เป็นบวก วิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่งมีค่าความเอนเอียงและรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด เพราะว่าการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไปนั้นขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง k ดังนั้น k เป็นลบวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจึงมีประสิทธิภาพดีที่สุด และ k เป็นบวกวิธีการแปลงการลงจุดตำแหน่งจึงมีประสิทธิภาพดีที่สุด และเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ (n=300,500) วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด มีค่าความเอนเอียงและรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด จึงมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุด ซึ่งจะสอดคล้องกับงานวิจัยของ Castillo และ Hadi (1997) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ในแต่ละวิธีของการประมาณค่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าความเอนเอียงและรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยลดลง และเมื่อกำหนดให้ขนาดตัวอย่างเท่ากัน วิธีการประมาณค่าขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $k$ พบว่าวิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็นมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดในกรณีขนาดตัวอย่างเล็ก สำหรับพารามิเตอร์แสดงรูปร่างในช่วง $-0.4 < k < 0$ และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีประสิทธิที่ดีที่สุดกรณีขนาดตัวอย่างใหญ่ สำหรับพารามิเตอร์แสดงรูปร่างในช่วง $1 < k$ ของการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป และผู้วิจัยได้พัฒนาวิธีการเปลี่ยนการลงจุดตำแหน่งใหม่มาจากวิธีโมเมนต์ถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็น ซึ่งทำให้การประมาณค่าดีขึ้นเพราะว่าการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไปมีลักษณะข้อมูลแบบหางหนัก ดังนั้นวิธีการเปลี่ยนการลงจุดตำแหน่งใหม่จะเหมาะสมกับข้อมูลที่หางหนักหรือมีค่าที่สูง ๆ อย่างเช่น ปริมาณน้ำฝนสูงสุดต่ำสุดในรอบเดือน ความเร็วลมสูงสุดในรอบเดือน อุณหภูมิสูงสุด-ต่ำสุดในแต่ละวัน เป็นต้น สำหรับข้อมูลจริงผู้วิจัยได้เลือกใช้ข้อมูลราคาปิดรายสัปดาห์ของหลักทรัพย์บริษัท TRUE พบว่า ข้อมูลอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์บริษัท TRUE มีการแจกแจงพาเรโตนัยทั่วไป มีค่าเกณฑ์ที่เหมาะสมคือ $u = 0.1122$ และมูลค่าความเสี่ยงที่ควอนไทล์ที่ 95% เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MLE, PWM และ MPP เท่ากับ 0.1066, 0.1080 และ 0.1084 ตามลำดับ และควอนไทล์ที่ 99% เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี MLE, PWM และ MPP เท่ากับ 0.1838, 0.1801 และ 0.1796 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าถ้านักลงทุนจะเข้ามาลงทุนในหลักทรัพย์บริษัททรูจะมีความเสี่ยงในการลงทุนสูง แต่อย่างไรก็ตามมูลค่าความเสี่ยงที่ได้ศึกษานี้เป็นเพียงแนวทางเบื้องต้นที่ใช้ในการตัดสินใจเลือกลงทุนในตลาดหลักทรัพย์ ซึ่งถ้านักลงทุนสนใจจะลงทุนควรจะต้องคำนึงถึงปัจจัยอื่น ๆ อีกด้วย และจากการศึกษางานวิจัยครั้งนี้ถ้าจะนำผลการศึกษาไปต่อยอดในการทำวิจัยครั้งต่อไปคือควรจะศึกษาข้อมูลด้านสิ่งแวดล้อม เช่น ปริมาณหมอกควัน ปริมาณน้ำท่วม ปริมาณฝน เป็นต้น

**กิตติกรรมประกาศ**

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ที่จัดสรรทุนสนับสนุนในการทำวิจัยครั้งนี้ ขอขอบพระคุณ ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยที่ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลในการทำวิจัยในครั้งนี้ และขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิที่ช่วยปรับปรุงและเสนอแนะจนบทความนี้มีความสมบูรณ์มากขึ้น

**เอกสารอ้างอิง**

Castillo, E., and Hadi, A.S., (1997). Fitting the generalized Pareto distribution to data, Journal of the American Statistical Association, *92*, 1609-1620.

Greenwood, J.A., Landwehr, J.M., Matalas, N.C., and Wallis, R. (1979). Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions, expressible in inverse form, Water Resources Research, *15*(5) 1049-1054.

Hirsch, R.M., 1981. Estimating Probabilities of Reservoir Storage for the Upper Delaware River Basin, U.S. Geological Survey, Reston Va., USA., 36.

Hosking, J.R.M., and Wallis, J.R., (1987). Parameter and quantile estimation for the generalized Pareto distribution, Technometrics, *29*(3) 339-349.

Jockovic, J., (2012). Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution with Application to Finance, Journal of Operations Research, *22*(2) 297-311.

Pickands, J., (1975). Statistical inference using extreme order statistics, The Annals of Statistics, (3) 119-131.

The Stock Exchange of Thailand. (2017). Stock prices, Retrieved July 10, 2017, from http://www.set.or-th. (in Thai)

True Corporation PCL. (2017). True. Retrieved July 10, 2017, from https://th.investing.com/equities/true-corporati-historical-data. (in Thai)

Reiss, R.-D., and Thomas, M., 2001. Statistical Analysis of Extreme Values From Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields, Birkhauser Basel.

Wang, Q. J., (1990). Estimation of the GEV Distribution From Censored Samples by Method of Partial Probability Weighted Moments, Journal of Hydrology, 103-114.