# การปรับความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยอนุกรมฟูเรียร์

## Residual Modification of Forecasting with Fourier Series

อภิรดี นิ้มเจริญ, ปิยภัทร บุษบาบดินทร์ และ มนชยา เจียงประดิษฐ์*

Apiradee Nimcharoen, Piyapatr Busababodhin and Monchaya Chiangpradit*

*หน่วยวิจัยสถิติและสถิติประยุกต์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*

*Statistics and Applied Statistics Research Unit, Mathematics Department, Faculty of Science, Mahasarakham University*

Received : 25 June 2018

Accepted : 11 September 2018

Published online : 19 September 2018

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการปรับความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยอนุกรมฟูเรียร์ โดยใช้ข้อมูลจำนวนผู้โดยสารสนามบินนานาชาติอุบลราชธานีทั้งขาเข้าและขาออก โดยทำการสร้างตัวแบบ SARIMA จากวิธีบ๊อกซ์-เจนกินส์ และตัวแบบเกรย์ หลังจากนั้นผู้วิจัยจะทำการปรับความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยอนุกรมฟูเรียร์ ผลการวิจัยพบว่า การปรับความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยอนุกรมฟูเรียร์ มีผลทำให้ตัวแบบมีความแม่นยำเพิ่มขึ้น

**คำสำคัญ** : ตัวแบบเกรย์, บ๊อกซ์เจนกินส์, การปรับความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์

**Abstract**

The objective of this research was to study the residual modification by Fourier series. The data used in this study are the number of arrival and departure passengers at the Ubon Ratchathani international airport. Two models namely Grey model GM(1 ,1 ) and SARIMA by Box-Jenkins method were generated to investigate. Then the residuals of prediction were modified by Fourier series. From the result, it were concluded that the models improved by Fourier series are much more precision.

**Keywords** : Grey model, Box-Jengins, Fourier Residual Modification

***Corresponding author. E-mail** : monchaya.c@msu.ac.th

**บทนำ**

ทฤษฎีเกรย์ (Grey Theory) ได้มีการพัฒนาโดย Deng ในปี 1982 (Deng, 1982) ซึ่งมีข้อดีคือ สามารถจัดการกับข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ ไม่มีรูปแบบที่ชัดเจนได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับชุดข้อมูลที่มีจำนวนไม่มาก และไม่จำเป็นที่จะต้องคำนึงถึงสมมติฐานทางสถิติ โดยได้มีการนำตัวแบบเกรย์ไปประยุกต์ใช้อย่างมาก ในงานวิจัยต่างๆ อาทิเช่น ทฤษฎีเกรย์ในการสร้างตัวแบบเพื่อการคาดการณ์ความต้องการการท่องเที่ยวในเวียดนาม (Nguyen *et al*., 2013) โดยทำการศึกษาการปรับปรุงความแม่นยำในการพยากรณ์ สำหรับการขนส่งสินค้าในพอร์ตทางการค้าระหว่างประเทศของเมืองเกาสฺยง (Chia & Van, 2014) และการพยากรณ์ PM10 ในบริเวณภาคเหนือตอนบนของประเทศไทยด้วยทฤษฎีเกรย์ (Amphanthong & Busababodhin, 2015) เป็นต้น

ตัวแบบพยากรณ์บ๊อกซ์เจนกินส์ (Box-Jenkins) ซึ่งเป็นวิธีการพยากรณ์ที่มีความถูกต้องสูงเนื่องจากได้กำหนดตัวแบบโดยการตรวจสอบคุณสมบัติของฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัว (Autocorrelation Function: ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวบางส่วน (Partial Autocorrelation Function: PACF) ซึ่งพิจารณาภายใต้อนุกรมเวลาแบบคงที่ (Stationary) หรืออนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนคงตัว ตัวแบบทั่วไปของวิธีบ็อกซ์เจนกินส์ คือ Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average: SARIMA$(p,d,q)(P, D, Q)_s$ ซึ่งมีการใช้อย่างแพร่หลายในหลากหลายงานวิจัย อาทิเช่น การศึกษาปริมาณผู้โดยสารรายเดือนโดย เครื่องบิน รถประจำทาง และรถไฟ ระหว่างเชียงใหม่กับกรุงเทพมหานคร (Techananasombat, 2009) การพยากรณ์จำนวนนักท่องเที่ยวต่างชาติที่เดินทางมาท่องเที่ยวในประเทศไทยโดยวิธีบ็อกซ์เจนกินส์และวิธีการของวินเตอร์ (Saothayanun *et al*., 2014) การเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์ปริมาณการผลิตน้ำมันดิบในประเทศไทย (Noosen *et al*., 2015) เป็นต้น

ท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี มีรันเวย์ขนาดมาตรฐาน สามารถรองรับผู้โดยสารจากจังหวัดอุบลราชธานี ศรีสะเกษ สุรินทร์ ยโสธร อำนาจเจริญ และบุรีรัมย์ รวมถึงผู้โดยสารจากประเทศเพื่อนบ้าน ปัจจุบันเป็นศูนย์กลางการบินพาณิชย์ของภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่าง จังหวัดอุบลราชธานีมีปัจจัยด้านการท่องเที่ยวประเภทประวัติศาสตร์และวัฒนธรรม และประเภทธรรมชาติในพื้นที่และบริเวณใกล้เคียงที่เอื้ออำนวยต่อการสร้างแรงดึงดูดนักท่องเที่ยว รวมทั้งเป็นประตูที่จะเปิดไปสู่แหล่งท่องเที่ยวในประเทศอินโดจีน กรณีนี้จะส่งผลให้เศรษฐกิจของจังหวัดอุบลราชธานี และพื้นที่ใกล้เคียงมีการขยายตัวและกระจายรายได้ไปสู่ประชาชนในท้องถิ่นได้อย่างกว้างขวาง (Department of Civil Aviation)

การทำให้ค่าพยากรณ์มีความแม่นยำมากขึ้นสามารถทำได้จากการปรับความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์ (Tsaur, 2014) ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการศึกษาการปรับความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยอนุกรมฟูเรียร์ โดยใช้ข้อมูลจำนวนผู้โดยสารสนามบินนานาชาติอุบลราชธานีทั้ง ขาเข้า และขาออก เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการพิจารณาการปรับค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแบบการพยากรณ์ด้วยอนุกรมฟูเรียร์จากทั้งสองตัวแบบ เพื่อที่จะได้ตัวแบบการพยากรณ์ที่มีความแม่นยำยิ่งขึ้น

**วิธีดำเนินการวิจัย**

**วิธีบ๊อกซ์เจนกินส์**

วิธีบ๊อกซ์เจนกินส์ (Box *et al*., 1994) เป็นวิธีการพยากรณ์ที่ใช้ได้กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติคงที่หรือข้อมูลอนุกรมเวลาที่ถูกแปลงให้มีคุณสมบัติคงที่ ตัวแบบการพยากรณ์ที่กำหนดให้กับข้อมูลอนุกรมเวลาจะอยู่ใน

ตัวแบบ Autoregressive Integrated Moving Average: ARIMA(p,d,q) หรือSeasonal Autoregressive Integrated Moving Average: SARIMA$(P, D, Q)_s$ เนื่องจากมีการพิจารณาลักษณะของอนุกรมเวลาเป็นตัวแบบพยากรณ์ที่มีการคำนึงถึงความผันแปรตามฤดูกาลซึ่งเป็นส่วนประกอบที่สำคัญ โดยมีตัวแบบทั่วไป คือ SARIMA โดยถือว่าข้อมูลที่เกิดขึ้นตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป มีลักษณะการเกิดที่เป็นไปตามกฎความน่าจะเป็น ซึ่งการวิเคราะห์อนุกรมเวลาโดยวิธีนี้ ลักษณะของอนุกรมเวลาต้องเป็นอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติคงที่เท่านั้น การตรวจสอบคุณสมบัติคงที่ของอนุกรมเวลาโดยใช้ Augmented Dickey-Fuller Test กรณีที่อนุกรมเวลาไม่คงที่ จะต้องแปลงอนุกรมเวลาดังกล่าวให้มีคุณสมบัติคงที่โดยการหาผลต่างของค่าสังเกตที่อยู่ติดกัน หรือหาลอการิทึมของค่าสังเกตในอนุกรมเวลานั้น (Manmin, 2006)

ตัวแบบ SARIMA$(p,d,q)(P,D,Q)_s$ แสดงดังสมการต่อไปนี้

$$(1-\phi_1 B-\ldots-\phi_p B^p)(1-\Phi_1 B^s-\ldots-\Phi_p B^{Ps})(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t=(1-\theta_1 B-\ldots-\theta_q B^q)(1-\Theta_1 B^s-\ldots-\Theta_Q B^{Qs})a_t \quad (1)$$

โดยที่

| | | |
|---|---|---|
| $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p$ | แทน | สัมประสิทธิ์ของ AR ในตัวแบบที่ไม่มีฤดูกาล |
| $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q$ | แทน | สัมประสิทธิ์ของ MA ในตัวแบบที่ไม่มีฤดูกาล |
| $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_P$ | แทน | สัมประสิทธิ์ของ AR ในตัวแบบที่มีฤดูกาล |
| $\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_Q$ | แทน | สัมประสิทธิ์ของ MA ในตัวแบบที่มีฤดูกาล |
| p | แทน | อันดับของ AR ในตัวแบบที่ไม่มีฤดูกาล |
| q | แทน | อันดับของ MA ในตัวแบบที่ไม่มีฤดูกาล |
| s | แทน | คาบเวลาของฤดูกาล |
| P | แทน | อันดับของ AR ในตัวแบบที่มีฤดูกาล |
| Q | แทน | อันดับของ MA ในตัวแบบที่มีฤดูกาล |
| d | แทน | จำนวนครั้งของผลต่างในตัวแบบที่ไม่มีฤดูกาล |
| D | แทน | จำนวนครั้งของผลต่างในตัวแบบที่มีฤดูกาล |
| $Y_t$ | แทน | ค่าของข้อมูลจริง ณ เวลา t |
| $a_t$ | แทน | ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t |

โดยมีลำดับขั้นตอนหาตัวแบบ ดังนี้

1) หาตัวแบบ SARIMA ที่เหมาะสม

2) ตรวจสอบข้อสมมุติของตัวแบบที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 โดยการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ด้วยสถิติทดสอบ Jarque Bera การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ด้วยสถิติทดสอบ t-test การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ ด้วยสถิติทดสอบ White's Test การตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ด้วยสถิติทดสอบ Durbin-Watson

3) หาค่าเกณฑ์สารสนเทศของเบส์: Bayesian Information Criterion (BIC) ของตัวแบบที่ผ่านข้อสมมุติจากขั้นตอนที่ 2

4) เลือกตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดจากค่า BIC น้อยที่สุดจากขั้นตอนที่ 3

**ตัวแบบเกรย์** (Grey Model : GM)

ในปี ค.ศ. 1982 นักคณิตศาสตร์ชาวจีนนามว่า Deng ได้คิดค้นตัวแบบเกรย์ โดยพัฒนามาจากทฤษฎีเกรย์ โดยหลักการของตัวแบบ GM คือใช้พยากรณ์ข้อมูลไม่ต่อเนื่อง การแจกแจงของข้อมูลที่ไม่แน่นอน สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ในหลากหลายด้าน เช่น ด้านการแพทย์ การเกษตร วิศวกรรม เศรษฐศาสตร์ การตลาด เป็นต้น และในปีต่อ ๆ มา ทฤษฎีเกี่ยวกับตัวแบบ GM ได้ถูกพัฒนาอย่างต่อเนื่องและเป็นที่นิยมใช้กันอย่างมาก เนื่องจากตัวแบบ GM มีขั้นตอนในการคำนวณในการประมาณค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ไม่ยุ่งยาก และที่สำคัญจำนวนข้อมูลที่จะนำมาวิเคราะห์ไม่จำเป็นต้องมีจำนวนมาก กล่าวคืออย่างน้อย 4 จำนวนก็เพียงพอ ทำให้ GM(1,1) เป็นตัวแบบที่นิยมมาก ซึ่งมาจากตัวแบบ GM(n,h) เมื่อ n แทนจำนวนของตัวแปรสุ่มที่ศึกษา และ h แทนจำนวนครั้งของการหาปริพันธ์ ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยจึงสนใจต่อการนำตัวแบบ GM(1,1) มาใช้ในการพยากรณ์

สำหรับขั้นตอนการสร้างตัวแบบ GM(1,1) มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างลำดับให้กับข้อมูลตั้งต้น (Original data)

$$x^{(0)} = \left\{ x^{(0)}(1),\ x^{(0)}(2),\ \ldots\ ,\ x^{(0)}(n) \right\} \tag{2}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาผลรวมสะสมของข้อมูลตั้งต้น และกำหนดเป็นตัวแปรใหม่ ดังนี้

$$x^{(1)} = \left\{ x^{(1)}(1),\ x^{(1)}(2),\ \ldots\ ,\ x^{(1)}(n) \right\} \tag{3}$$

โดยที่

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i), \qquad k = 1,2,\ldots,\ n \tag{4}$$

เรียก $x^{(1)}(k)$ ว่า ผลรวมสะสมของข้อมูลดั้งเดิม หรือแทนด้วย 1-AGO (Accumulated Generating Operation of $x^{(0)}(k)$

ขั้นตอนที่ 3 ประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยสร้างสมการอนุพันธ์ของตัวแบบ GM(1,1) ดังนี้

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \tag{5}$$

ผลของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน จะได้ $x^{(0)}(k)+az^{(1)}(k)=b$ เมื่อ $a$ และ $b$ เป็นค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ โดยเรียก $a$ ว่าค่าสัมประสิทธิ์การปรับปรุง (Developing Coefficient) และ $b$ คือค่าเกรย์อินพุต ประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองตัวด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method) ดังนี้

$$[a,b]^T=\left(B^TB\right)^{-1}B^TY_n \tag{6}$$

โดยที่ $Y_n=\left[x^{(0)}(2),x^{(0)}(3),\ldots,x^{(0)}(n)\right]$ และ $B=\begin{bmatrix}-z^{(1)}(2) & 1\\ -z^{(1)}(3) & 1\\ \vdots & \vdots\\ -z^{(1)}(n) & 1\end{bmatrix}$

$$z^{(1)}(k+1)=\frac{1}{2}\left(x^{(1)}(k)+x^{(1)}(k+1)\right),\ k=1,2,3,\ldots,n-1$$

ขั้นตอนที่ 4 การหาค่าพยากรณ์ของตัวแบบ GM(1,1) จาก

$$\hat{x}^{(1)}(k+1)=\left(x^{(0)}(1)-\frac{b}{a}\right)e^{-ak}+\frac{b}{a} \tag{7}$$

ปรับสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\hat{x}^{(0)}(k+1)=x^{(1)}(k+1)-x^{(2)}(k)=\left(1-e^{a}\right)\left(x^{(0)}(1)-\frac{b}{a}\right)e^{-ak} \tag{8}$$

**การปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์**

การปรับปรุงความแม่นยำของตัวแบบ GM(1,1)หรือ SARIMA ด้วยอนุกรมฟูเรียร์ มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดให้ $x^{(0)}$ และ $\hat{x}^{(0)}$ แทนลำดับของข้อมูลตั้งต้นและค่าพยากรณ์ที่ได้จากตัวแบบ GM(1,1) และ SARIMA หลังจากนั้นนำมาคำนวณค่าความคลาดเคลื่อน $r^{(0)}(k)=x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k)$ สร้างเป็นลำดับของความคลาดเคลื่อนดังนี้

$$r^{(0)}=\{r(1),r(2),\ldots,r(n)\}\ \text{โดยที่}\ r^{(0)}(k)=x^{(0)}(k)-\hat{x}^{(0)}(k) \tag{9}$$

ขั้นตอนที่ 2 สร้าง $r^{(0)}(k)$ โดยใช้อนุกรมฟูเรียร์ จากสมการ

$$r^{(0)}(k) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{i=1}^{z}\left[a_i \cos\left(\frac{2\pi i}{n-1}k\right) + b_i \sin\left(\frac{2\pi i}{n-1}k\right)\right] \quad (10)$$

โดยที่ $k = 2,3,4,\ldots, n$ และ $z = \left(\frac{n-1}{2}\right) - 1$

ขั้นตอนที่ 3 $Y = PC$ หาค่า $C = (P^T P)^{-1} P^T Y$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด
เมื่อกำหนดให้

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \cos(2\frac{2\pi}{n-1}) & \sin(2\frac{2\pi}{n-1}) & \cos(2\frac{2\pi\times 2}{n-1}) & \sin(2\frac{2\pi\times 2}{n-1}) & \cdots & \cos(2\frac{2\pi\times z}{n-1}) & \sin(2\frac{2\pi\times z}{n-1}) \\ \frac{1}{2} & \cos(3\frac{2\pi}{n-1}) & \sin(3\frac{2\pi}{n-1}) & \cos(3\frac{2\pi\times 2}{n-1}) & \sin(2\frac{2\pi\times 2}{n-1}) & \cdots & \cos(3\frac{2\pi\times z}{n-1}) & \sin(2\frac{2\pi\times z}{n-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} & \cos(n\frac{2\pi}{n-1}) & \sin(n\frac{2\pi}{n-1}) & \cos(n\frac{2\pi\times 2}{n-1}) & \sin(n\frac{2\pi\times 2}{n-1}) & \cdots & \cos(n\frac{2\pi\times z}{n-1}) & \sin(n\frac{2\pi\times z}{n-1}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$Y = \left[r^0(2), r^0(3), \ldots, r^0(n)\right]^T \quad (12)$$

ขั้นตอนที่ 4 เมื่อได้ ค่า $C = \left[\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_2, \ldots, \hat{a}_z, \hat{b}_z\right]^T$ แล้วนำไปแทน ในสมการที่ (10) เพื่อให้ได้ค่า $\hat{r}^{(0)}(k)$

ขั้นตอนที่ 5 การหาค่าพยากรณ์ เมื่อตัวแบบพยากรณ์ GM(1,1) หรือ SARIMA ได้ทำการปรับปรุงความแม่นยำด้วยปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์แล้ว จะกำหนดด้วยตัวแบบ FGM(1,1) หรือ FSARIMA เพื่อใช้ในการพยากรณ์ โดยหาค่าพยากรณ์ FGM(1,1) หรือ FSARIMA ได้ดังสมการ

$$\hat{x}_f^{(0)}(k) = \begin{cases} \hat{x}^{(0)}(1) & , k = 1 \\ \hat{x}^{(0)}(k) + \hat{r}^{(0)}(k) & , k = 2,3,4,\ldots n \end{cases} \quad (13)$$

**เกณฑ์การพิจารณาค่าพยากรณ์ที่เหมาะสม**

ค่าร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย: Mean Absolute Percentage Error (MAPE) ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสูตร

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t}\right| \times 100 \quad \% \qquad (14)$$

โดยที่ $Y_t$ = ค่าของข้อมูลจริงในช่วงเวลา t

$\hat{Y}_t$ = ค่าที่พยากรณ์ในช่วงเวลา t

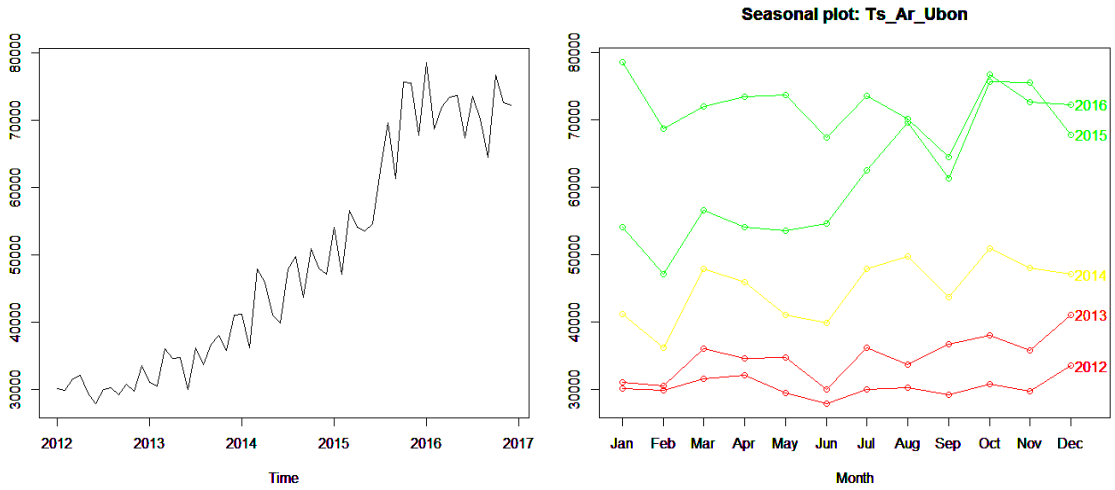
***ตารางที่ 1*** เกณฑ์การประเมินความแม่นยำของตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์ (Ma & Zhang, 2009)

| เกณฑ์ MAPE % | ผลการประเมิน |
|---|---|
| MAPE ≤ 5 % | ค่าพยากรณ์มีความแม่นยำสูงมาก |
| 5 % < MAPE ≤ 10 % | ค่าพยากรณ์มีความแม่นยำสูง |
| 10 % < MAPE ≤ 15 % | ค่าพยากรณ์มีความแม่นยำพอใช้ |
| MAPE > 15 % | ค่าพยากรณ์ไม่มีความแม่นยำ |

**ผลการวิจัยและวิจารณ์ผล**

**การพยากรณ์จำนวนผู้โดยสารขาเข้าของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี**

การสร้างตัวแบบ SARIMA และการปรับความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยอนุกรมฟูเรียร์




***ภาพที่ 1*** แสดงจำนวนผู้โดยสารขาเข้า ตั้งแต่เดือนมกราคม ค.ศ. 2012 –เดือนธันวาคม ค.ศ. 2016

จากการศึกษาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาโดยใช้ตัวแบบ SARIMA พบว่า ลักษณะของข้อมูลจำนวนผู้โดยสารขาเข้า ของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี ไม่มีคุณสมบัติคงที่ จึงทดสอบความคงที่ของอนุกรมเวลา โดยใช้

Augmented Dickey-Fuller Test มีค่า P-value = 0.416 นั่นคือข้อมูลอนุกรมเวลาไม่มีคุณสมบัติคงที่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จึงทำการแปลงข้อมูลด้วยวิธีการหาผลต่างอันดับหนึ่ง พบว่าตัวแบบที่ได้ยังไม่ผ่านการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น จึงได้ดำเนินการแปลงข้อมูล ด้วย Log $Y^2$ แล้วนำมาหาตัวแบบที่เหมาะสม

***ตารางที่ 2*** แสดงค่า BIC เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสม

| ลำดับที่ | ตัวแบบ | ค่า BIC |
|---|---|---|
| 1 | SARIMA(3,1,1)$(1,0,0)_{12}$ | -346.805 |
| 2 | SARIMA(2,1,0)$(1,0,0)_{12}$ | -355.423 |
| 3 | SARIMA(1,1,0)$(1,0,0)_{12}$ | -354.634 |
| 4 | SARIMA(3,1,0)$(1,0,0)_{12}$ | -352.350 |

จากตารางที่ 2 พบว่า ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดคือ SARIMA(2,1,0)$(1,0,0)_{12}$ หลังจากนั้นนำมาตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นอีกครั้ง พบว่า การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ด้วยสถิติทดสอบ Jarque Bera มีค่า P-value = 0.344 นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ด้วยสถิติทดสอบ t-test มีค่า P-value = 0.1385 นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงตัว ด้วยสถิติทดสอบ White's Test มีค่า P-value = 0.653 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงตัว ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ด้วยสถิติทดสอบ Durbin-Watson ค่า P-value = 0.067 นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดคือ SARIMA(2,1,0)$(1,0,0)_{12}$

หลังจากที่ได้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดคือ SARIMA(2,1,0)$(1,0,0)_{12}$ แล้ว ผู้วิจัยนำมาปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์ FSARIMA(2,1,0)$(1,0,0)_{12}$ หลังจากนั้นนำมาตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นอีกครั้ง พบว่า การตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ด้วยสถิติทดสอบ Jarque Bera มีค่า P-value = 0.063 นั่นคือ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ด้วยสถิติทดสอบ t-test มีค่า P-value = 1 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ ด้วยสถิติทดสอบ White's Test มีค่า P-value = 0.614 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ด้วยสถิติทดสอบ Durbin-Watson มีค่า P-value = 1 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผลเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบการพยากรณ์ ดังตารางที่ 3

***ตารางที่ 3*** การเปรียบเทียบความแม่นยำของการพยากรณ์โดยตัวแบบ SARIMA สำหรับจำนวนผู้โดยสารขาเข้า

| ตัวแบบ | MAPE | ตัวแบบ | MAPE |
|---|---|---|---|
| SARIMA(2,1,0)(1,0,0)$_{12}$ | 5.357 | FSARIMA(2,1,0)(1,0,0)$_{12}$ | 0.695 |

จากตารางที่ 3 พบว่า ตัวแบบ FSARIMA(2,1,0)(1,0,0)$_{12}$ มีค่า MAPE เท่ากับ 0.695 ซึ่งจากตารางที่ 1 เกณฑ์การประเมินความแม่นยำของตัวแบบที่ใช้ในการพยากรณ์ แสดงว่าค่าพยากรณ์ที่ได้มีความแม่นยำสูงมาก

**ตัวแบบพยากรณ์เกรย์ GM(1,1) และการปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยฟูเรียร์ FGM(1,1)**

จากการศึกษาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาโดยใช้ตัวแบบ GM(1,1) ของข้อมูลจำนวนผู้โดยสารขาเข้าของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี จากนั้นนำค่าพยากรณ์ที่ได้ไปปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยฟูเรียร์ ผลการเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบ ดังตารางที่ 4

***ตารางที่ 4*** การเปรียบเทียบความแม่นยำการพยากรณ์โดยตัวแบบ GM(1,1) สำหรับจำนวนผู้โดยสารขาเข้า

| ตัวแบบ | MAPE | ตัวแบบ | MAPE |
|---|---|---|---|
| GM(1,1) | 7.058 | FGM(1,1) | 0.895 |

จากตารางที่ 4 พบว่า ตัวแบบ FGM(1,1) มีความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์เมื่อวัดด้วยค่า MAPE เท่ากับ 0.895 ซึ่งตัวแบบ FGM(1,1) ได้มาจากการปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์ ของสมการ GM(1,1) นั่นคือค่าพยากรณ์ที่ได้แม่นยำสูงมาก

**การเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบ**

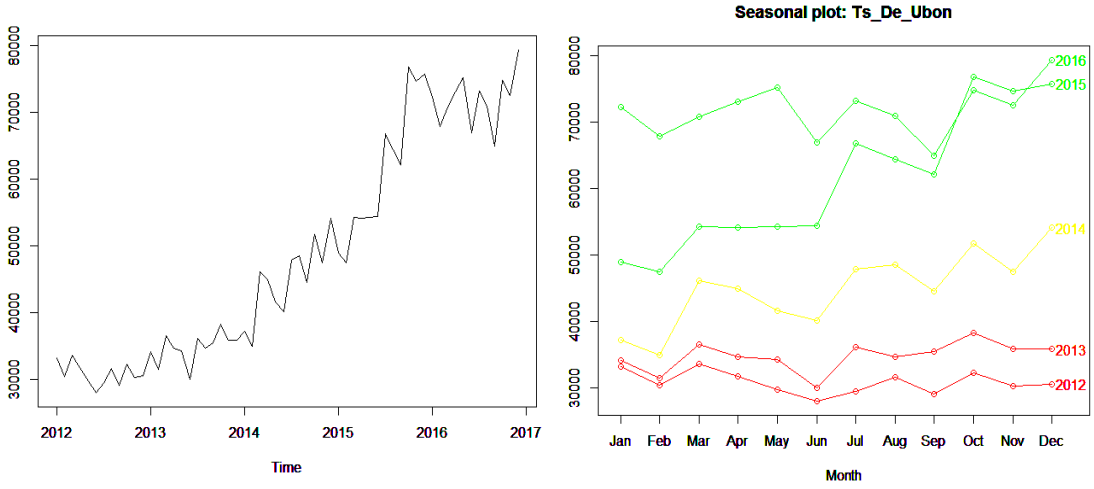
***ตารางที่ 5*** แสดงการเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบการพยากรณ์

| ตัวแบบ | MAPE |
|---|---|
| SARIMA(2,1,0)(1,0,0)$_{12}$ | 5.357 |
| FSARIMA(2,1,0)(1,0,0)$_{12}$ | 0.695 |
| GM(1,1) | 7.058 |
| FGM(1,1) | 0.895 |

จากตารางที่ 5 ตัวแบบการพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้โดยสารขาเข้า ของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี คือ FSARIMA(2,1,0)(1,0,0)$_{12}$ มีค่า MAPE เท่ากับ 0.695 และรองลงมาคือ FGM(1,1) มีค่า MAPE เท่ากับ 0.895

**ตัวแบบการพยากรณ์สำหรับจำนวนผู้โดยสารขาออกของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี**

การสร้างตัวแบบ SARIMA และการปรับความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ด้วยอนุกรมฟูเรียร์




***ภาพที่ 2*** แสดงจำนวนผู้โดยสารขาออก ตั้งแต่เดือนมกราคม ค.ศ. 2012- เดือนธันวาคม ค.ศ. 2016

จากการศึกษาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาโดยใช้ตัวแบบ SARIMA พบว่า ลักษณะของข้อมูลจำนวนผู้โดยสารขาออกของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี มีลักษณะไม่คงที่ จึงทดสอบความคงที่ของอนุกรมเวลา โดยใช้ Augmented Dickey-Fuller Test มีค่า P-value = 0.361 นั่นคือ ข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะที่ไม่คงที่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จึงทำการแปลงข้อมูลด้วยวิธีการหาผลต่างอันดับหนึ่ง และกำหนดตัวแบบที่เป็นไปได้ ดังตารางที่ 6

***ตารางที่ 6*** แสดงค่า BIC เพื่อหาตัวแบบที่เหมาะสม

| ลำดับที่ | ตัวแบบ | ค่า BIC |
|---|---|---|
| 1 | SARIMA(0,1,0)(1,1,0)$_{12}$ | 908.780 |
| 2 | SARIMA(0,1,0)(0,1,1)$_{12}$ | 908.334 |
| 3 | SARIMA(1,1,0)(0,1,1)$_{12}$ | 911.267 |
| 4 | SARIMA(1,1,1)(0,1,1)$_{12}$ | 915.070 |

จากตารางที่ 6 พบว่า ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดคือ SARIMA(0,1,0)(0,1,1)$_{12}$ หลังจากนั้นนำมาตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นอีกครั้ง พบว่า การตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ด้วยสถิติทดสอบ Jarque Bera มีค่า P-value = 0.217 นั่นคือ ค่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ด้วยสถิติทดสอบ t-test มีค่า P-value = 0.620 นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ย

เท่ากับศูนย์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ ด้วยสถิติทดสอบ White's Test มีค่า P-value = 0.731 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ด้วยสถิติทดสอบ Durbin-Watson P-value = 0.809 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

หลังจากที่ได้ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดคือ SARIMA$(0,1,0)(0,1,1)_{12}$ แล้ว ผู้วิจัยนำมาปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์ FSARIMA$(0,1,0)(0,1,1)_{12}$ หลังจากนั้นนำมาตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นอีกครั้ง พบว่า การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ด้วยสถิติทดสอบ Jarque Bera มีค่า P-value = 0.063 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปรกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ด้วยสถิติทดสอบ t-test มีค่า P-value = 1 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ ด้วยสถิติทดสอบ White's Test มีค่า P-value = 0.394 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 การตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ด้วยสถิติทดสอบ Durbin-Watson มีค่า P-value = 1 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีความเป็นอิสระกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผลเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบการพยากรณ์ ดังตารางที่ 7

***ตารางที่ 7*** การเปรียบเทียบความแม่นยำของการพยากรณ์โดยตัวแบบ SARIMA สำหรับจำนวนผู้โดยสารขาออก

| ตัวแบบ | MAPE | ตัวแบบ | MAPE |
|---|---|---|---|
| SARIMA$(0,1,0)(0,1,1)_{12}$ | 4.013 | FSARIMA$(0,1,0)(0,1,1)_{12}$ | 0.944 |

จากตารางที่ 7 พบว่า ตัวแบบ FSARIMA$(0,1,0)(0,1,1)_{12}$ มีค่า MAPE เท่ากับ 0.944 ซึ่งจากตารางที่ 1 แสดงว่าค่าพยากรณ์ที่ได้แม่นยำสูงมาก

**ตัวแบบพยากรณ์เกรย์ GM(1,1) และการปรับความคลาดเคลื่อนด้วยฟูเรียร์ FGM(1,1)**

จากการศึกษาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาโดยใช้ตัวแบบ GM(1,1) ของข้อมูลจำนวนผู้โดยสารขาออกของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี จากนั้นนำค่าพยากรณ์ที่ได้ไปปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยฟูเรียร์ ผลการเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบ ดังตารางที่ 8

***ตารางที่ 8*** การเปรียบเทียบความแม่นยำการพยากรณ์โดยตัวแบบ GM(1,1) สำหรับจำนวนผู้โดยสารออก

| ตัวแบบ | MAPE | ตัวแบบ | MAPE |
|---|---|---|---|
| GM(1,1) | 7.338 | FGM(1,1) | 0.707 |

จากตารางที่ 8 พบว่า ตัว แ บ บ FGM(1,1) มีความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการพยากรณ์เมื่อวัดด้วยค่า MAPE เท่ากับ 0.707 ซึ่งตัวแบบ FGM(1,1) ได้มาจากการปรับค่าความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์ ของสมการ GM(1,1) นั่นคือค่าพยากรณ์ที่ได้แม่นยำสูงมาก

**การเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบ**

***ตารางที่ 9*** แสดงการเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบการพยากรณ์

| ตัวแบบ | MAPE |
|---|---|
| SARIMA$(0,1,0)(0,1,1)_{12}$ | 4.013 |
| FSARIMA$(0,1,0)(0,1,1)_{12}$ | 0.944 |
| GM(1,1) | 7.338 |
| FGM(1,1) | 0.707 |

จากตารางที่ 9 ตัวแบบการพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้โดยสารขาออก ของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานี คือ FGM(1,1) มีค่า MAPE เท่ากับ 0.707 และรองลงมาคือ FSARIMA$(0,1,0)(0,1,1)_{12}$ มีค่า MAPE เท่ากับ 0.944

**สรุปผลการวิจัย**

จากการวิเคราะห์ตัวแบบการพยากรณ์ที่ได้จากวิธีบ๊อกซ์เจนกินส์ และทฤษฎีเกรย์ หลังจากนั้นปรับความคลาดเคลื่อนด้วยฟูเรียร์ ของข้อมูลจำนวนผู้โดยสารขาเข้าและขาออกของสนามบินนานาชาติอุบลราชธานี พบว่า ตัวแบบการพยากรณ์ที่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้โดยสารขาเข้า คือ FSARIMA$(2,1,0)(1,0,0)_{12}$ มีค่า MAPE เท่ากับ 0.695 และตัวแบบที่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้โดยสารขาออก คือ FGM(1,1) มีค่า MAPE เท่ากับ 0.707 ทั้งสองตัวแบบเป็นสมการพยากรณ์ที่มีความแม่นยำในการพยากรณ์สูงมาก สามารถนำไปใช้เพื่อคาดการณ์จำนวนผู้โดยสารขาเข้าและขาออกของท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานีได้และวางแผนการบริหารจัดการท่าอากาศยานนานาชาติอุบลราชธานีได้

นั่นคือเมื่อนำตัวแบบเกรย์ และวิธีบ๊อกซ์เจนกินส์ มาทำการปรับปรุงสมการพยากรณ์ด้วยการปรับความคลาดเคลื่อนด้วยอนุกรมฟูเรียร์ สามารถทำให้ตัวแบบพยากรณ์ทั้ง 2 ตัวแบบมีประสิทธิภาพในการพยากรณ์มีความแม่นยำสูงขึ้นอย่างมาก

**กิตติกรรมประกาศ**

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณการท่าอากาศยานแห่งประเทศไทยที่ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากต่อการวิจัยในครั้งนี้

**เอกสารอ้างอิง**

Amphanthong, P. & Busababodhin, P. (2015). Forecasting PM10 in the Upper Northern Area of Thailand with Grey System Theory, *Burapa Science Journal*, *20*(1), 15-24. (in Thai)

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G.C. (1994). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 3rd edition. New Jersey: Prentice Hall.

Chia, N.W. & Van, T.P. (2014). An Improvement the Accuracy of Grey Forecasting Model for Cargo Throughput in International Commercial Ports of Kaohsiung. *WSEAS Transactions on Business and Economics*, *11*, 322-327.

Deng, J. (1982). Control Problems of Grey Systems. *Systems & Control Letters*, *1*(5), 288-294.

Department of Civil Aviation (DCA), Retrieved December 20, 2017 from https://minisite.airports.go.th/ubonratchathani/

Ma, H., & Zhang, Z. (2009). Grey Prediction with Markov-Chain for crude oil production and consumption in China. *Advances in Intelligent and Soft Computing*, *56*, 551–561.

Manmin, M. (2006). *Time Series and Forecasting*. 3rd edition. Bangkok: Prdkaipreuk Publisher. (in Thai)

Nguyen, T. L., Shu, M. H., Huang, Y. F., & Hsu, B. M. (2013). Accurate Forecasting Models in Predicting the Inbound Tourism Demand in Vietnam. *Journal of Statistics and Management Systems*, *16*(1), 25-43.

Noosen,P., Payakkapong, P. & Supapakorn, T. (2015). A Comparison of Quantity Production of Pertroleum forecasting models in Thailand. *Thai Science and Technology Journal Thammasat University, 23*(3), 377-384. (in Thai)

Saothayanun, L., Taweesakulvatchara, S., Kanjanasakda, Y, & Somrang, B. (2014). A Forecasting Methods for the Number of International Tourists in Thailand: Box-Jenkins method and Winter's Method. *Thai Science and Technology Journal Thammasat University, 22*(1), 89-98. (in Thai)

Techatanasombat, M. (2009). Forecasting Models for Air, Bus, and Rail Passenger Flows Between Chiang Mai and Bangkok. *Thesis in Cevil Engineering*, Chiang Mai University. (in Thai)

Tsaur, R. C. (2014). Residual Analysis using Fourier Series Transform in Fuzzy Time Series Model. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, *11*(3), 43-54.