ตัวแบบสินค้าคงคลังสำหรับสินค้าตามฤดูกาลที่เสื่อมสภาพ โดยมีอัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงตามเวลา

Inventory Model for Deteriorating Seasonal Products with Time Varying Demand Rate

วุฒิชัย ศรีโสดาพล[1], พิชามญชุ์ บุญญเศรษฐ์[1], ชนิสรา สุนารัตน์[1]
และ รัตนากาล คำสอน[2*]

Wuttichai Srisodaphol[1], Pichamon Boonyasait[1], Chanisara Sunarat[1]
and Rattanakarn Khomson[2*]

[1]*สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

[2]*แผนกวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการเกษตร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา*

[1]*Department of Statistics, Faculty of Science, Khon Kaen University*

[2]*Department of Mathematics, Faculty of Science Agricultural Technology, Rajamangala University of Technology Lanna Chiang Mai*

Received : 22 September 2018

Accepted : 22 November 2018

Published online : 30 November 2018

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของการศึกษานี้ คือ เสนอตัวแบบสินค้าคงคลังสำหรับสินค้าตามฤดูกาลที่มีการเสื่อมสภาพโดยความต้องการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา และมีขอบเขตเวลาการขายสินค้าจำกัด โดยมีอัตราความต้องการสินค้ามี 2 รูปแบบ คือ รูปแบบที่ 1 อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเลขชี้กำลังทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง และรูปแบบที่ 2 อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเชิงเส้นทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง ในการศึกษาครั้งนี้ไม่อนุญาตให้มีการขาดแคลนสินค้า โดยตัวแบบที่นำเสนอสามารถหาปริมาณสินค้าและเวลาการสั่งซื้อสินค้าที่เหมาะสมที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อรอบการสั่งซื้อต่ำสุด นอกจากนี้ได้มีการแสดงตัวอย่างเชิงตัวเลขเพื่อสนับสนุนผลของการศึกษาเชิงทฤษฎีและการวิเคราะห์ความไวของพารามิเตอร์บางตัว

คำสำคัญ : ตัวแบบสินค้าคงคลัง, สินค้าตามฤดูกาล, สินค้าที่เสื่อมสภาพ, อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงตามเวลา

[*]**Corresponding author. E-mail** : krattanakarn@hotmail.com

Abstract

The objective of this study is to propose the inventory models for deteriorating seasonal products with time dependent demand and finite horizon time. There are two patterns of demand rate; The first pattern, demand rate exponentially increases and immediately decreases with time and the second pattern, demand rate exponentially increases and immediate demand linearly decreases with time. In this study, a shortage is not allowed. These models can find the optimal quantity of product and optimal of time for purchasing which provides the minimum cost per order. Furthermore, the numerical examples are shown to support the results of theoretical study and sensitivity analysis is also considered for some parameters.

Keywords : inventory model, seasonal products, deteriorating products, time varying demand rate

บทนำ

ในปัจจุบันผู้บริโภคมีความต้องการสินค้าแตกต่างกันไปตามช่วงเวลา โดยเป็นไปตามกระแสหรือตามฤดูกาล เช่น มะม่วงสด ซึ่งสินค้าชนิดนี้มีอัตราความต้องการที่ขึ้นอยู่กับเวลา กล่าวคือ ตั้งแต่เริ่มต้นฤดูกาลอัตราความต้องการจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง ณ ช่วงเวลาหนึ่ง อัตราความต้องการก็ลดลงเรื่อย ๆ จนสิ้นฤดูกาล โดยลักษณะความต้องการนี้ได้พิจารณาจากปริมาณความต้องการของมะม่วงสด (Office of Agricultural Economics, 2006-2015) และสินค้าชนิดนี้จะเกิดการเสื่อมสภาพไปตามเวลาเช่นกันเมื่อไม่ได้ถูกนำมาบริโภค ดังนั้น การจัดการบริหารสินค้าในคลังให้เพียงพอกับความต้องการจึงมีความสำคัญเป็นอย่างมาก โดยการเติมเต็มสินค้าในคลังที่มากเกินความต้องการก็ทำให้มีค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาที่สูง แต่ถ้ามีการเติมเต็มสินค้าในคลังที่น้อยกว่าความต้องการก็จะสูญเสียโอกาสในการขายสินค้าให้แก่ลูกค้า

มีนักวิจัยหลายท่านที่ศึกษาตัวแบบสินค้าคงคลังที่มีการเสื่อมสภาพของสินค้า โดยที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ได้แก่ Chang (1999) ได้พัฒนาตัวแบบการสั่งซื้อสินค้าแบบประหยัดสำหรับสินค้าที่เสื่อมสภาพ โดยมีความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลังที่ขึ้นอยู่กับเวลา เพื่อหานโยบายการเติมเต็มสินค้าที่เหมาะสมที่ทำให้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่ำสุด Wu and Ouyang (2000) พิจารณาตัวแบบสินค้าคงคลังจากตัวแบบสินค้าคงคลังที่เป็นไปได้ 2 ตัวแบบ คือ ตัวแบบสินค้าคงคลังที่ไม่มีสินค้าขาดแคลนในช่วงเริ่มต้น และตัวแบบสินค้าคงคลังที่มีสินค้าขาดแคลนในช่วงเริ่มต้น โดยมีความต้องการแบบ Ramp Type ที่ขึ้นอยู่กับเวลา กล่าวคือ ในช่วงเริ่มต้นมีความต้องการสินค้าเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลังตามเวลา และเมื่อถึง ณ เวลาหนึ่ง จะมีความต้องการสินค้าคงที่ และความต้องการสินค้าจะลดลงแบบเลขชี้กำลังตามเวลาจนสิ้นสุดฤดูการขาย ทำการหาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าที่เหมาะสมที่ทำให้ค่าใช้จ่ายรวมที่ต่ำสุด Ouyang *et al.* (2004) ได้นำเสนอตัวแบบสินค้าคงคลังการสั่งซื้อแบบประหยัดสำหรับสินค้าที่เสื่อมสภาพ โดยที่ความต้องการลดลงแบบเลขชี้กำลัง เพื่อหานโยบายการเติมเต็มสินค้าที่เหมาะสมที่ทำให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด ต่อมา Ghosh and Chaudhuri (2005) ได้พัฒนาตัวแบบการสั่งซื้อสินค้าแบบประหยัดที่มีการเสื่อมสภาพของสินค้า โดยมีอัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น เพื่อหาเวลาในการเติมเต็มสินค้าที่เหมาะสมที่สุดที่ทำให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุด Manna and Chaudhuri (2006) ได้มีข้อสมมติเพิ่มเติมจาก Wu and Ouyang (2000) คือ ค่าใช้จ่ายในการผลิตต่อหน่วยจะแปรผกผันกับสัดส่วนของอัตราความต้องการ Panda *et al.* (2008) ได้เสนอตัวแบบการสั่งซื้อสินค้าแบบประหยัดของสินค้าตามฤดูกาลที่มีการเสื่อมสภาพ เมื่ออัตราความต้องการที่ขึ้นอยู่เวลาเปลี่ยนแปลงไปในรูปแบบ Ramp Type

เพื่อหาปริมาณการสั่งซื้อและเวลาการสั่งซื้อที่เหมาะที่ทำให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุด Singh and Pattayak (2013) มีข้อสมมติแตกต่างจาก Ghosh and Chaudhuri (2005) คือ ไม่มีขอบเขตเวลาการขายสินค้า Sukla *et al*. (2013) ได้มีข้อสมมติเพิ่มเติมจาก Chang (1999) คือ สินค้ามีการขาดแคลน และมีการค้างส่งสินค้า และ Sharma (2015) เสนอตัวแบบสินค้าคงคลังที่แตกต่างจาก Sukla *et al*. (2013) โดยหาเวลาที่มีสินค้าอยู่ในคลังและเวลาการสั่งซื้อสินค้าที่เหมาะสมที่ทำให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

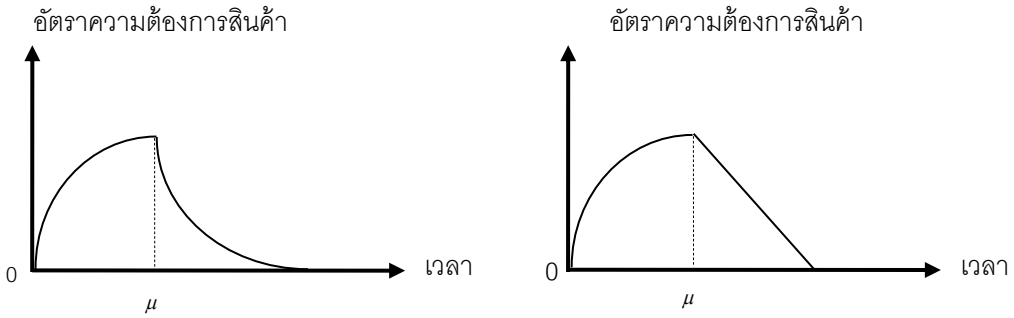
จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแบบสินค้าคงคลังที่มีการเสื่อมสภาพของสินค้า โดยที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา จะเห็นได้ว่ามีหลายงานวิจัยที่ได้ศึกษาเป็นความต้องการแบบ Ramp Type ที่ขึ้นอยู่กับเวลา แต่ยังไม่มีกรณีที่ในหนึ่งฤดูกาลความต้องการสินค้าเพิ่มขึ้นและลดลงทันที โดยลักษณะความต้องการนี้ได้พิจารณาจากปริมาณความต้องการของมะม่วงสด (Office of Agricultural Economics Ministry of Agriculture and Cooperatives, 2006-2015) ดังนั้นผู้วิจัยจึงเสนอตัวแบบสินค้าคงคลังของสินค้าตามฤดูกาลที่มีการเสื่อมสภาพของสินค้า โดยมีอัตราความต้องการสินค้า 2 รูปแบบ คือ รูปแบบที่ 1 อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเลขชี้กำลังทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง และรูปแบบที่ 2 อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเชิงเส้นทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง โดยไม่มีเวลานำ และไม่มีการขาดแคลนสินค้า โดยหาปริมาณสินค้าและเวลาการสั่งซื้อสินค้าที่เหมาะสมที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อรอบการสั่งซื้อต่ำสุด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กำหนดข้อสมมติและสัญกรณ์ที่ใช้ในตัวแบบ

ผู้วิจัยได้กำหนดข้อสมมติ เพื่อกำหนดการสร้างตัวแบบสินค้าคงคลัง ดังนี้

1. สินค้าเป็นสินค้าตามฤดูกาล
2. มีขอบเขตเวลาการขายสินค้าจำกัด
3. เวลานำเป็นศูนย์
4. ไม่มีสินค้าขาดแคลน
5. การเติมเต็มสินค้าไม่จำกัด
6. อัตราการเสื่อมสภาพสินค้ามีค่าคงที่
7. อัตราความต้องการสินค้าเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเลขชี้กำลังทันทีเมื่อถึงจุดเวลา หนึ่ง แสดงดังภาพที่ 1(ก)
8. อัตราความต้องการสินค้าเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเชิงเส้นทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง แสดงดังภาพที่ 1(ข)



ก. รูปแบบที่ 1 ข. รูปแบบที่ 2

ภาพที่ 1 อัตราความต้องการสินค้าที่นำเสนอเมื่อขึ้นอยู่กับเวลา

โดยกำหนดสัญกรณ์ที่ใช้ในตัวแบบ ดังนี้

H คือขอบเขตเวลาการขายสินค้า

$D(t)$ คืออัตราความต้องการ โดยกำหนดฟังก์ชันของอัตราความต้องการที่ขึ้นอยู่กับเวลา ดังนี้

1. ฟังก์ชันอัตราความต้องการที่เพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง คือ $D(t) = ae^{b(R_{i-1}+t)}$
2. ฟังก์ชันอัตราความต้องการที่ลดลงแบบเลขชี้กำลัง คือ $D(t) = ae^{-b(R_{i-1}+t-\mu)}$
3. ฟังก์ชันอัตราความต้องการที่ลดลงแบบเชิงเส้น คือ $D(t) = a_1 - b_1(R_{i-1} + t - \mu)$

โดยที่ R_{i-1} คือเวลาที่ผ่านมาทั้งหมดจนถึงเวลาการเติมเต็มของรอบก่อนหน้า $(i-1)$ โดยที่ $R_{i-1} + t \le H$ และ $i = 1, 2, \ldots, n$

a คืออัตราความต้องการเริ่มต้นที่เป็นค่าคงที่สำหรับอัตราความความต้องการแบบเลขชี้กำลังและ $a > 0$

b คืออัตราของความต้องการที่มีการเปลี่ยนแปลงและเป็นค่าคงที่สำหรับอัตราความความต้องการแบบเลขชี้กำลังและ $b > 0$

a_1 คืออัตราความต้องการเริ่มต้นที่เป็นค่าคงที่สำหรับอัตราความความต้องการแบบเชิงเส้นและ $a_1 > 0$

b_1 คืออัตราของความต้องการที่มีการเปลี่ยนแปลงและเป็นค่าคงที่สำหรับอัตราความความต้องการแบบเชิงเส้นและ $b_1 > 0$

μ คือเวลาที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลง

$Q_i(t)$ คือระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลา t ในระหว่างรอบการสั่งซื้อที่ i โดยที่ $0 < t < T_i$ และ $i = 1, 2, \ldots, n$

θ คืออัตราการเสื่อมสภาพต่อหน่วยเวลา

T_i คือเวลาของรอบการสั่งซื้อที่ i ; $i = 1, 2, \ldots, n$

h คือค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าต่อหน่วย

d คือค่าใช้จ่ายของสินค้าที่เสื่อมสภาพต่อหน่วย

c คือค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าต่อหน่วย

$TCU(T_i)$ คือค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อรอบ

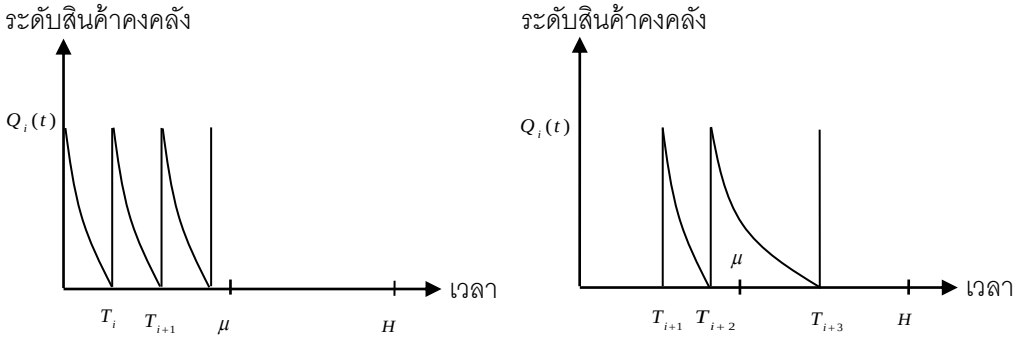
2. กำหนดการไหลเวียนของสินค้าคงคลังที่นำเสนอ

ในการสร้างตัวแบบสินค้าคงคลัง กำหนดการไหลเวียนของระบบสินค้าคงคลังถือเป็นสิ่งแรกที่ต้องพิจารณา โดยในระบบสินค้าคงคลังที่มีสินค้าเสื่อมสภาพที่ผู้วิจัยได้นำเสนอ จะแบ่งรอบการสั่งซื้อสินค้าภายใต้รูปแบบของอัตราความต้องการออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 กำหนดให้มี $Q_i(t)$ ระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใด ๆ ต่อรอบ และสินค้าคงคลังในแต่ละรอบจะลดลงจนถึงศูนย์ เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้าและมีการเติมเต็มสินค้าเข้ามาทันที โดยที่เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าจะเริ่มต้นและจบลงไม่เกินเวลาที่อัตราความต้องการจะมีการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลงทันที (μ) ซึ่งเป็นช่วงที่อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง แสดงดังภาพที่ 2(ก)

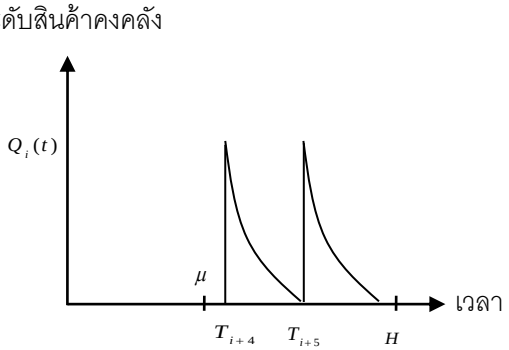
กรณีที่ 2 เวลาของรอบการสั่งซื้อจะต่อเนื่องจากกรณีที่ 1 ซึ่งกำหนดให้มี $Q_i(t)$ ระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใดๆ ต่อรอบ และสินค้าคงคลังในแต่ละรอบจะลดลงจนถึงศูนย์ เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้าและมีการเติมเต็มสินค้าเข้ามาทันที โดยที่เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าเริ่มต้นในช่วง $[0, \mu]$ ซึ่งความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง แต่เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าจบลงในช่วง $[\mu, H]$ ซึ่งอัตราความต้องการลดลงแบบเลขชี้กำลังหรือแบบเชิงเส้น แสดงดังภาพที่ 2(ข)

กรณีที่ 3 เวลาของรอบการสั่งซื้อจะต่อเนื่องจากกรณีที่ 2 ซึ่งกำหนดให้มี $Q_i(t)$ ระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใด ๆ ต่อรอบ และสินค้าคงคลังในแต่ละรอบจะลดลงจนถึงศูนย์ เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้าและมีการเติมเต็มสินค้าเข้ามาทันที โดยที่เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าเริ่มต้นและจบลงหลังจุดเวลาที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลง μ ซึ่งอัตราความต้องการลดลงแบบเลขชี้กำลังหรือแบบเชิงเส้น แสดงดังภาพที่ 2(ค)



ก. กรณีที่ 1 รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นและจบลงในช่วงเวลา $[0, \mu]$

ข. กรณีที่ 2 รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นในช่วงเวลา $[0, \mu]$ และจบลงในช่วงเวลา $[\mu, H]$



ค. กรณีที่ 3 รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นและจบลงในช่วงเวลา $[\mu, H]$

ภาพที่ 2 การเปลี่ยนแปลงสินค้าคงคลังตาม

3. การหาค่าใช้จ่ายทั้งหมด มีการอธิบายโดยแบ่งตามอัตราความต้องการสินค้า 2 รูปแบบ และแต่ละรูปแบบแบ่งเป็น 3 กรณี

<u>รูปแบบที่ 1</u> อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเลขชี้กำลังทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง

<u>กรณีที่ 1</u> รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นและจบลงในช่วงเวลา $[0, \mu]$ เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าจะเริ่มต้นและจบลงไม่เกินเวลาที่อัตราความต้องการจะมีการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลงทันที ซึ่งเป็นช่วงที่อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลังจะมีระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใด ๆ $Q_i(t)$ ที่ลดลงตามเวลา t เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้า จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ ดังนี้

$$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\theta Q_i(t) - ae^{b(R_{i-1}+t)};\ 0 \le t \le \mu \qquad (3.1)$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นว่าระดับสินค้าคงคลังของเวลารอบการสั่งซื้อเท่ากับ 0

<u>กรณีที่ 2</u> รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นในช่วงเวลา $[0, \mu]$ และจบลงในช่วงเวลา $[\mu, H]$

เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าเริ่มต้นในช่วงเวลา $[0, \mu]$ ซึ่งความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง แต่เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าจบลงในช่วงเวลา $[\mu, H]$ ซึ่งอัตราความต้องการลดลงแบบเลขชี้กำลัง จะมีระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใด ๆ $Q_i(t)$ ที่ลดลงตามเวลา t เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้า จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ ดังนี้

$$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\theta Q_i(t) - ae^{b(R_{i-1}+t)};\ 0 \le t \le \mu \tag{3.2}$$

และ $$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\theta Q_i(t) - ae^{-b(R_{i-1}+t-\mu)};\ \mu \le t \le T_i \le H \tag{3.3}$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นว่าระดับสินค้าคงคลังของเวลารอบการสั่งซื้อเท่ากับ 0

<u>กรณีที่ 3</u> รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นและจบลงในช่วงเวลา $[\mu, H]$

เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าเริ่มต้นและจบลงหลังจุดเวลาที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลง ซึ่งอัตราความต้องการลดลงแบบเลขชี้กำลัง จะมีระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใด ๆ $Q_i(t)$ ที่ลดลงตามเวลา t เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้า จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ ดังนี้

$$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\theta Q_i(t) - ae^{-b(R_{i-1}+t-\mu)};\ 0 \le t \le T_i \le H \tag{3.4}$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นว่าระดับสินค้าคงคลังของเวลารอบการสั่งซื้อเท่ากับ 0

<u>รูปแบบที่ 2</u> อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเชิงเส้นทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง

<u>กรณีที่ 1</u> รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นและจบลงในช่วงเวลา $[0, \mu]$

เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าจะเริ่มต้นและจบลงไม่เกินเวลาที่อัตราความต้องการจะมีการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลงทันที ซึ่งเป็นช่วงที่อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง จะมีระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใด ๆ $Q_i(t)$ ที่ลดลงตามเวลา t เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้า จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ ดังนี้

$$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\theta Q_i(t) - ae^{b(R_{i-1}+t)};\ 0 \le t \le \mu \tag{3.5}$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นว่าระดับสินค้าคงคลังของเวลารอบการสั่งซื้อเท่ากับ 0

<u>กรณีที่ 2</u> รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นในช่วงเวลา $[0, \mu]$ และจบลงในช่วงเวลา $[\mu, H]$

เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าเริ่มต้นในช่วงเวลา $[0, \mu]$ ซึ่งความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง แต่เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าจบลงในช่วงเวลา $[\mu, H]$ ซึ่งอัตราความต้องการลดลงแบบเชิงเส้น จะมีระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใด ๆ $Q_i(t)$ ที่ลดลงตามเวลา t เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้า จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ ดังนี้

$$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\theta Q_i(t) - ae^{b(R_{i-1}+t)};\ 0 \le t \le \mu \tag{3.6}$$

และ $$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\theta Q_i(t) - \left[a - b\left(R_{i-1} + t - \mu\right)\right];\ \mu \le t \le T_i \le H \tag{3.7}$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นว่าระดับสินค้าคงคลังของเวลารอบการสั่งซื้อเท่ากับ 0

<u>กรณีที่ 3</u> รอบการสั่งซื้อจะเริ่มต้นและจบลงในช่วงเวลา $[\mu, H]$

เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าเริ่มต้นและจบลงหลังจุดเวลาที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลง ซึ่งอัตราความต้องการลดลงแบบเชิงเส้น จะมีระดับสินค้าคงคลัง ณ เวลาใด ๆ $Q_i(t)$ ที่ลดลงตามเวลา t เนื่องจากอัตราความต้องการและอัตราการเสื่อมสภาพของสินค้า จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ ดังนี้

$$\frac{dQ_i(t)}{dt} = -\theta Q_i(t) - \left[a - b\left(R_{i-1} + t - \mu\right)\right];\ 0 \le t \le T_i \le H \tag{3.8}$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นว่าระดับสินค้าคงคลังของเวลารอบการสั่งซื้อเท่ากับ 0

ในอัตราความต้องการทั้ง 2 รูปแบบ สามารถหาค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อรอบและเวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าของแต่ละกรณีได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อรอบ $TCU(T_i)$ คือ

$TCU(T_i)$ = (ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าต่อรอบ + ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าต่อรอบ + ค่าใช้จ่ายของสินค้าเสื่อมสภาพต่อรอบ)/เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้า

โดยที่ คือค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้าต่อรอบ ซึ่ง

$OC(T_i) = c \times$ จำนวนสินค้าทั้งหมดของรอบการสั่งซื้อ

คือค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าต่อรอบ ซึ่ง

$HC(T_i) = h \times$ จำนวนสินค้าคงคลังเฉลี่ยต่อรอบการสั่งซื้อ

เมื่อจำนวนสินค้าคงคลังเฉลี่ยต่อรอบการสั่งซื้อ คือ $\int_0^{T_i} Q_i(t)dt$

คือค่าใช้จ่ายของสินค้าเสื่อมสภาพต่อรอบ ซึ่ง

$DC(T_i) = \theta d \times$ จำนวนสินค้าคงคลังเฉลี่ยต่อรอบการสั่งซื้อ

โดยเวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้า (T_i) หาได้ดังนี้

1. หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อรอบ เทียบกับ T_i กำหนดให้เท่ากับ 0 แล้วแก้สมการหาค่า T_i

2. หาอนุพันธ์อันดับสองของค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อรอบ เทียบกับ T_i แล้วนำค่า T_i ที่ได้จากการแก้สมการในข้อที่ 1 มาแทนในสมการอนุพันธ์อันดับสอง ถ้าผลลัพธ์มากกว่า 0 จะได้เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้าที่เหมาะสมที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดต่อรอบ

4. การหาปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสม

อัตราความต้องการขึ้นอยู่กับเวลาในรูปแบบที่ 1 และรูปแบบที่ 2 จะหาปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสม ที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุดหาได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1: กำหนดให้ $R_{i-1} = 0, i = 1,2,3,\ldots,n$ และ $n = 0$

ขั้นตอนที่ 2: หาค่า T_i ในกรณีที่ 1 และให้ $R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n+1$

ขั้นตอนที่ 3: ถ้า $R_{i-1} > \mu$ ให้ $R_{i-1} = R_{i-1} - T_i$ และ $n = n-1$ ไปขั้นตอนที่ 4 ถ้าไม่ใช่ให้กลับไป ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 4: หาค่า T_i ในกรณีที่ 2 และให้ $R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n+1$

ขั้นตอนที่ 5: หาค่า T_i ในกรณีที่ 3 และให้ $R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n+1$

ขั้นตอนที่ 6: ถ้า $\sum_{i=1}^{n-1} T_i \le H \le \sum_{i=1}^{n} T_i$ ไปขั้นตอนที่ 7 ถ้าไม่ใช่ให้กลับไป ขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 7: ถ้า $\left(H - \sum_{i=1}^{n-1} T_i \le \sum_{i=1}^{n} T_i - H \right)$ ดังนั้น $T_i^{'} = T_i\left(H / \sum_{i=1}^{n-1} T_i \right)$ ถ้าไม่ใช่ให้ $T_i^{'} = T_i\left(H / \sum_{i=1}^{n} T_i \right)$

ขั้นตอนที่ 8: คำนวณหา $TCU\left(T_i^{'}\right)$ และ $Q_i(T_i^{'})$

ผลการวิจัย

ตัวแบบสินค้าคงคลังของสินค้าตามฤดูกาลที่มีการเสื่อมสภาพของสินค้า โดยที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาที่นำเสนอ 2 รูปแบบ และแต่ละรูปแบบจะมีรอบสั่งซื้อสินค้าภายใต้อัตราความต้องการ 3 กรณี ซึ่งหาเวลาการสั่งซื้อสินค้าและปริมาณการสั่งซื้อสินค้าที่เหมาะสม ที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุดหาได้ดังนี้

รูปแบบที่ 1 อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเลขชี้กำลังทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง

ขั้นตอนที่ 1: กำหนดให้ $R_{i-1} = 0, i = 1,2,3,\ldots,n$ และ $n = 0$

ขั้นตอนที่ 2: หาค่า T_i ในกรณีที่ 1 จากสมการ $TCU(T_i) = (h + \theta d)\frac{ae^{bR_{i-1}}}{\theta}\left[e^{\left[(\theta+b)T_i\right]} - e^{bT_i} \right]$ และให้ $R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n+1$ เมื่อพิจารณา $TCU(T_i)$ จากสมการ

$$TCU(T_i) = \frac{1}{T_i}\left\{ ca + [h + \theta d]\left\{ \frac{ae^{bR_{i-1}}}{\theta + b}\left[-\frac{e^{bT_i} - 1}{b} + \frac{e^{(\theta+b)T_i}}{\theta}\left(1 - e^{-\theta T_i}\right) \right] \right\} \right\}$$

ขั้นตอนที่ 3: ถ้า $R_{i-1} > \mu$ ให้ $R_{i-1} = R_{i-1} - T_i$ และ $n = n-1$ ไปขั้นตอนที่ 4 ถ้าไม่ใช่ให้กลับไป ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 4: หาค่า T_i ในกรณีที่ 2 จากสมการ $TCU(T_i) = (h+\theta d)\frac{ae^{-b(R_{i-1}-\mu)}}{\theta}\left[e^{(\theta-b)T_i-\theta\mu} - e^{-bT_i}\right]$ และให้

$R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n+1$ เมื่อพิจารณา $TCU(T_i)$ จากสมการ

$$TCU(T_i) = \frac{1}{T_i}\left\{ca + (h+\theta d)\left\{-\frac{ae^{bR_{i-1}}}{b(\theta+b)}\left(e^{b\mu}-1\right) + \left\{Q_i(\mu) + \frac{ae^{b(R_{i-1}+\mu)}}{\theta+b}\right\}\left(\frac{e^{\theta\mu}-1}{\theta}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{ae^{-b(R_{i-1}-\mu)}}{\theta-b}\left[\left(\frac{e^{(\theta-b)T_i}}{\theta}\right)\left(e^{-\theta\mu}-e^{-\theta T_i}\right) + \frac{e^{-bT_i}-e^{-b\mu}}{b}\right]\right\}\right\}$$

ขั้นตอนที่ 5: หาค่า T_i ในกรณีที่ 3 จากสมการ $TCU(T_i) = (h+\theta d)\frac{ae^{-b(R_{i-1}-\mu)}}{\theta}\left[e^{(\theta-b)T_i-\theta\mu} - e^{-bT_i}\right]$ และให้

$R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n+1$ เมื่อพิจารณา $TCU(T_i)$ จากสมการ

$$TCU(T_i) = \frac{1}{T_i}\left\{ca + [h+\theta d]\left\{\frac{ae^{-b(R_{i-1}-\mu)}}{\theta-b}\left[\frac{e^{bT_i}-1}{b} + \frac{e^{(\theta-b)T_i}}{\theta}\left(1-e^{-\theta T_i}\right)\right]\right\}\right\}$$

ขั้นตอนที่ 6: ถ้า $\sum_{i=1}^{n-1} T_i \le H \le \sum_{i=1}^{n} T_i$ ไปขั้นตอนที่ 7 ถ้าไม่ใช่ให้กลับไป ขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 7: ถ้า $\left(H - \sum_{i=1}^{n-1} T_i \le \sum_{i=1}^{n} T_i - H\right)$ ดังนั้น $T_i' = T_i\left(H / \sum_{i=1}^{n-1} T_i\right)$ ถ้าไม่ใช่ให้ $T_i' = T_i\left(H / \sum_{i=1}^{n} T_i\right)$

ขั้นตอนที่ 8: คำนวณหาค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุด

กรณีที่ 1 จากสมการ

$$TCU(T_i') = \frac{1}{T_i'}\left\{ca + [h+\theta d]\left\{\frac{ae^{bR_{i-1}}}{\theta+b}\left[-\frac{e^{bT_i'}-1}{b} + \frac{e^{(\theta+b)T_i'}}{\theta}\left(1-e^{-\theta T_i'}\right)\right]\right\}\right\}$$

กรณีที่ 2 จากสมการ

$$TCU(T_i') = \frac{1}{T_i'}\left\{ca + (h+\theta d)\left\{-\frac{ae^{bR_{i-1}}}{b(\theta+b)}\left(e^{b\mu}-1\right) + \left\{Q_i(\mu) + \frac{ae^{b(R_{i-1}+\mu)}}{\theta+b}\right\}\left(\frac{e^{\theta\mu}-1}{\theta}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{ae^{-b(R_{i-1}-\mu)}}{\theta-b}\left[\left(\frac{e^{(\theta-b)T_i'}}{\theta}\right)\left(e^{-\theta\mu}-e^{-\theta T_i'}\right) + \frac{e^{-bT_i'}-e^{-b\mu}}{b}\right]\right\}\right\}$$

กรณีที่ 3 จากสมการ

$$TCU(T_i') = \frac{1}{T_i'}\left\{ca + [h+\theta d]\left\{\frac{ae^{-b(R_{i-1}-\mu)}}{\theta-b}\left[\frac{e^{bT_i'}-1}{b} + \frac{e^{(\theta-b)T_i'}}{\theta}\left(1-e^{-\theta T_i'}\right)\right]\right\}\right\}$$

และ คำนวณปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสม

กรณีที่ 1 จากสมการ $Q_i(T_i') = \frac{ae^{bR_{i-1}}}{\theta+b}\left(e^{(\theta+b)T_i'-\theta t} - e^{bt}\right)$

กรณีที่ 2 จากสมการ $Q_i(T_i') = -\frac{ae^{b(R_{i-1}+t)}}{\theta+b} + \left\{Q_i(\mu) + \frac{ae^{b(R_{i-1}+\mu)}}{\theta+b}\right\}\left(e^{\theta(\mu-t)}\right)$

กรณีที่ 3 จากสมการ $Q_i(T_i^{'}) = \frac{ae^{-b(R_{i-1}-\mu)}}{\theta - b}\left(e^{(\theta-b)T_i^{'}-\theta t} - e^{-bt}\right)$

รูปแบบที่ 2 อัตราความต้องการเพิ่มขึ้นแบบเลขชี้กำลัง และลดลงแบบเชิงเส้นทันทีเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง

ขั้นตอนที่ 1: กำหนดให้ $R_{i-1} = 0, i = 1,2,3,\ldots,n$ และ $n = 0$

ขั้นตอนที่ 2: หาค่า T_i ในกรณีที่ 1 จากสมการ $TCU(T_i) = (h + \theta d)\frac{ae^{bR_{i-1}}}{\theta}\left[e^{\left[(\theta+b)T_i\right]} - e^{bT_i}\right]$ และให้ $R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n + 1$ เมื่อพิจารณา $TCU(T_i)$ จากสมการ

$$TCU(T_i) = \frac{1}{T_i}\left\{ca + [h + \theta d]\left\{\frac{ae^{bR_{i-1}}}{\theta + b}\left[-\frac{e^{bT_i}-1}{b} + \frac{e^{(\theta+b)T_i}}{\theta}\left(1 - e^{-\theta T_i}\right)\right]\right\}\right\}$$

ขั้นตอนที่ 3: ถ้า $R_{i-1} > \mu$ ให้ $R_{i-1} = R_{i-1} - T_i$ และ $n = n - 1$ ไปขั้นตอนที่ 4 ถ้าไม่ใช่ให้กลับไป ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 4: หาค่า T_i ในกรณีที่ 2 จากสมการ

$$TCU(T_i) = \frac{(h + \theta d)}{\theta}\left\{\left(-a_1 + b_1R_{i-1} + b_1T_i + \frac{b_1}{\theta} - b_1\mu\right) + \left(e^{\theta(T_i-\mu)}\right)\left(a_1 - b_1R_{i-1} - b_1T_i + b_1\mu\right) + \frac{b_1}{\theta}\right\}$$

และให้ $R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n + 1$ เมื่อพิจารณา $TCU(T_i)$ จากสมการ

$$TCU(T_i) = \frac{1}{T_i}\left\{ca + [h + \theta d]\left\{-\frac{ae^{bR_{i-1}}}{b(\theta+b)}\left(e^{b\mu} - 1\right) + \left(Q_i(\mu) + \frac{ae^{b(R_{i-1}+\mu)}}{\theta + b}\right)\left(\frac{e^{\theta\mu}-1}{\theta}\right)\right.\right.$$
$$+ \frac{1}{\theta}\left\{-T_i\left[a_1 - b_1\left(R_{i-1} + \frac{T_i}{2} + \frac{1}{\theta} - \mu\right)\right] + \mu\left[a_1 - b_1\left(R_{i-1} + \frac{\mu}{2} - \frac{1}{\theta} - \mu\right)\right]\right.$$
$$\left.\left.\left.+ \left[a_1 - b_1\left(R_{i-1} + T_i - \frac{1}{\theta} - \mu\right)\right]\left(\frac{e^{\theta(T_i-\mu)}-1}{\theta}\right)\right\}\right\}$$

ขั้นตอนที่ 5: หาค่า T_i ในกรณีที่ 3 จากสมการ

$$TCU(T_i) = \frac{(h + \theta d)}{\theta}\left[\left(-a_1 + b_1R_{i-1} + b_1T_i - \frac{b_1}{\theta} - b_1\mu\right) + e^{\theta T_i}\left(a_1 - b_1R_{i-1} - b_1T_i + b_1\mu\right) + \frac{b_1}{\theta}\right]$$

และให้ $R_{i-1} = R_{i-1} + T_i$ และ $n = n + 1$ เมื่อพิจารณา $TCU(T_i)$ จากสมการ

$$TCU(T_i) = \frac{1}{T_i}\left\{ca + \frac{(h + \theta d)}{\theta}\left[-T_i\left(a_1 - b_1R_{i-1} - \frac{b_1T_i}{2} + \frac{b_1}{\theta} + b_1\mu\right) + \left(a_1 - b_1R_{i-1} - b_1T_i + \frac{b_1}{\theta} + b_1\mu\right)\left(\frac{e^{\theta T_i}-1}{\theta}\right)\right]\right\}$$

ขั้นตอนที่ 6: ถ้า $\sum_{i=1}^{n-1} T_i \le H \le \sum_{i=1}^{n} T_i$ ไปขั้นตอนที่ 7 ถ้าไม่ใช่ให้กลับไป ขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 7: ถ้า $\left(H - \sum_{i=1}^{n-1} T_i \le \sum_{i=1}^{n} T_i - H\right)$ ดังนั้น $T_i^{'} = T_i\left(H / \sum_{i=1}^{n-1} T_i\right)$ ถ้าไม่ใช่ให้ $T_i^{'} = T_i\left(H / \sum_{i=1}^{n} T_i\right)$

ขั้นตอนที่ 8: คำนวณหาค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุด

กรณีที่ 1 จากสมการ

$$TCU(T_i^{'}) = \frac{1}{T_i^{'}}\left\{ca + [h + \theta d]\left\{\frac{ae^{bR_{i-1}}}{\theta + b}\left[-\frac{e^{bT_i^{'}}-1}{b} + \frac{e^{(\theta+b)T_i^{'}}}{\theta}\left(1 - e^{-\theta T_i^{'}}\right)\right]\right\}\right\}$$

กรณีที่ 2 จากสมการ

$$TCU(T_i^{'}) = \frac{1}{T_i^{'}}\left\{ca + [h + \theta d]\left\{-\frac{ae^{bR_{i-1}}}{b(\theta+b)}\left(e^{b\mu} - 1\right) + \left(Q_i(\mu) + \frac{ae^{b(R_{i-1}+\mu)}}{\theta + b}\right)\left(\frac{e^{\theta\mu}-1}{\theta}\right)\right\}\right.$$

$$+\frac{1}{\theta}\left\{-T_i^{'}\left[a_1-b_1\left(R_{i-1}+\frac{T_i^{'}}{2}+\frac{1}{\theta}-\mu\right)\right]+\mu\left[a_1-b_1\left(R_{i-1}+\frac{\mu}{2}-\frac{1}{\theta}-\mu\right)\right]\right.$$

$$\left.+\left[a_1-b_1\left(R_{i-1}+T_i^{'}-\frac{1}{\theta}-\mu\right)\right]\left(\frac{e^{\theta\left(T_i^{'}-\mu\right)}-1}{\theta}\right)\right\}$$

กรณีที่ 3 จากสมการ

$$TCU\left(T_i^{'}\right)=\frac{1}{T_i^{'}}\left\{ca+\frac{(h+\theta d)}{\theta}\left[-T_i^{'}\left(a_1-b_1R_{i-1}-\frac{b_1T_i^{'}}{2}+\frac{b_1}{\theta}+b_1\mu\right)\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left(a_1-b_1R_{i-1}-b_1T_i^{'}+\frac{b_1}{\theta}+b_1\mu\right)\left(\frac{e^{\theta T_i^{'}}-1}{\theta}\right)\right]\right\}$$

และคำนวณปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสม

กรณีที่ 1 จากสมการ $Q_i(T_i^{'})=\frac{ae^{bR_{i-1}}}{\theta+b}\left(e^{(\theta+b)T_i^{'}-\theta t}-e^{bt}\right)$

กรณีที่ 2 จากสมการ $Q_i\left(T_i^{'}\right)=-\frac{ae^{b\left(R_{i-1}+t\right)}}{\theta+b}+\left(Q_i(\mu)+\frac{ae^{b\left(R_{i-1}+\mu\right)}}{\theta+b}\right)\left(e^{\theta(\mu-t)}\right)$

กรณีที่ 3 จากสมการ $Q_i(T_i^{'})=\frac{1}{\theta}\left[\left(-a_1+b_1R_{i-1}+b_1t-\frac{b_1}{\theta}-b_1\mu\right)+e^{\theta\left(T_i^{'}-t\right)}\left(a_1-b_1R_{i-1}-b_1T_i^{'}+\frac{b_1}{\theta}+b_1\mu\right)\right]$

ตัวอย่างเชิงตัวเลขและการวิเคราะห์ความไว

ตัวอย่างที่ 1 อัตราความต้องการขึ้นอยู่กับเวลาในรูปแบบที่ 1 วิเคราะห์ตัวแบบสินค้าคงคลังจาก Panda *et al.* (2008) โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้ อัตราความต้องการเริ่มต้น $(a)=300$ หน่วยต่อรอบ อัตราของความต้องการที่มีการเปลี่ยนแปลง $(b)=0.01$ หน่วยเวลา อัตราการเสื่อมสภาพ $(\theta)=0.03$ ต่อหน่วยเวลา ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า $(h)=2.0$ บาทต่อหน่วย ค่าใช้จ่ายของสินค้าที่เสื่อมสภาพ $(d)=10.0$ บาทต่อหน่วย ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า $(OC)=80.0$ บาทต่อรอบ และกำหนดให้เวลาที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลง $(\mu)=3.5$ เดือน โดยมีขอบเขตของเวลาการขายสินค้า (H) เท่ากับ 7 เดือน ได้เวลาและปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสมที่สุดที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุด แสดงได้ดังตารางที่ 1-3

ตารางที่ 1 เวลาของรอบการสั่งซื้อ สำหรับตัวอย่างที่ 1

n	R_{i-1}	T_i
1	0	0.47773
2	0.47773	0.47660
3	0.95433	0.47547
4	1.42980	0.47435
5	1.90415	0.47323
6	2.37738	0.47213
7	2.84951	0.47102
8	3.32053	0.47326
9	3.79379	0.99433
10	4.78812	0.99430
11	5.78242	0.99428
12	6.77670	0.99426

จากตารางที่ 1 พบว่าผลรวมเวลาของรอบการสั่งซื้อเท่ากับ 7.77096 มีค่ามากกว่าขอบเขตเวลาการขายสินค้าที่กำหนดให้เท่ากับ 7 ดังนั้นจึงทำการปรับแก้เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้า ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 เวลาของรอบการสั่งซื้อที่เหมาะสมเมื่อปรับแก้ T_i สำหรับตัวอย่างที่ 1

n	R_{i-1}	$T_i^{'}$
1	0	0.49347
2	0.49347	0.49231
3	0.98578	0.49113
4	1.47691	0.48998
5	1.96689	0.48882
6	2.45572	0.48769
7	2.94340	0.48654
8	3.42995	0.48885
9	3.91880	1.02709
10	4.94589	1.02706
11	5.97296	1.02704

ตารางที่ 3 เวลาของรอบการสั่งซื้อที่เหมาะสมที่ปรับแก้และปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสมที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุดสำหรับตัวอย่างที่ 1

n	R_{i-1}	T_i^*	Q_i	$TCU\left(T_i^*\right)$
1	0	0.49347	149.51227	164.70701
2	0.49347	0.49231	149.89299	164.72217
3	0.98578	0.49113	150.27207	164.73539
4	1.47691	0.48998	150.65271	164.75025
5	1.96689	0.48882	151.03173	164.76319
6	2.45572	0.48769	151.41558	164.78141
7	2.94340	0.48654	151.79460	164.79413
8	3.42995	0.48885	178.90675	165.41443
9	3.91880	1.02709	310.01378	443.67773
10	4.94589	1.02706	306.83659	439.93977
11	5.97296	1.02704	303.69514	436.24752

จากตารางที่ 3 ได้ว่า ในฤดูกาลที่มีขอบเขตของเวลาการขายสินค้า 7 เดือน มีการสั่งซื้อสินค้าทั้งหมด 11 รอบ ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าทั้งหมดที่เหมาะสม เท่ากับ 2,154.02422 หน่วย ที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำสุด เท่ากับ 2,638.53300 บาท

ในส่วนของการวิเคราะห์ความไว ทำการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์อัตราความต้องการเริ่มต้น (a) และอัตราการเสื่อมสภาพ (θ) ที่มีผลต่อปริมาณการสั่งซื้อและค่าใช้จ่ายทั้งหมด เมื่อค่าพารามิเตอร์มีเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงเท่ากับ -50%, -25%, -10%, 10%, 25% และ 50% แสดงได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ผลการวิเคราะห์ความไว สำหรับตัวอย่างที่ 1

พารามิเตอร์	การเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ (%)	จำนวนรอบการสั่งซื้อ	การเปลี่ยนแปลงของปริมาณการสั่งซื้อ (%)	การเปลี่ยนแปลงของค่าใช้จ่ายทั้งหมด (%)
a	-50	9	-50.00112	-35.69463
	-25	10	-24.81349	-16.05296
	-10	11	-10.39543	-7.99950
	+10	11	+9.97725	+8.13109
	+25	12	+25.01513	+15.89205
	+50	13	+49.46144	+29.40242
θ	-50	11	-0.52791	-5.47646
	-25	11	-0.26249	-2.77157
	-10	11	-0.10116	-1.09886
	+10	11	+0.10406	+1.11931
	+25	11	+0.26376	+2.82669
	+50	11	+0.53808	+5.73524

จากตารางที่ 4 ได้ว่า เมื่ออัตราความต้องการเริ่มต้น (a) และอัตราการเสื่อมสภาพ (θ) ลดลงส่งผลให้ปริมาณการสั่งซื้อ และค่าใช้จ่ายทั้งหมดลดลง ตามลำดับ นอกจากนี้อัตราความต้องการเริ่มต้น (a) เพิ่มขึ้นทำให้จำนวนรอบการสั่งซื้อเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเสื่อมสภาพ (θ) เพิ่มขึ้น ไม่มีผลต่อจำนวนรอบการสั่งซื้อ

ตัวอย่างที่ 2 อัตราความต้องการขึ้นอยู่กับเวลาในรูปแบบที่ 2 วิเคราะห์ตัวแบบสินค้าคงคลังจาก Panda *et al.* (2008) โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้ อัตราของความต้องการที่มีการเปลี่ยนแปลงแบบเลขชี้กำลัง $(b) = 0.01$ หน่วยเวลา , ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า $(h) = 2.0$ บาทต่อหน่วย ค่าใช้จ่ายของสินค้าที่เสื่อมสภาพ $(d) = 10.0$ บาทต่อหน่วย ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า $(OC) = 80.0$ บาทต่อรอบ และกำหนดให้อัตราความต้องการเริ่มต้นแบบชี้กำลัง $(a) = 70$ หน่วยต่อรอบ อัตราความต้องการเริ่มต้นแบบเชิงเส้น $(a_1) = 100$ หน่วยต่อรอบ อัตราของความต้องการที่มีการเปลี่ยนแปลงแบบเชิงเส้น $(b_1) = 7.673$ หน่วยเวลา อัตราการเสื่อมสภาพ $(\theta) = 0.03$ ต่อหน่วยเวลา เวลาที่อัตราความต้องการเปลี่ยนแปลงจากเพิ่มขึ้นเป็นลดลง $(\mu) = 2.5$ เดือน และมีขอบเขตของเวลาการขายสินค้า (H) เท่ากับ 6 เดือน ได้เวลาและปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสมที่สุดที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุด แสดงได้ดังตารางที่ 5 - 7

ตารางที่ 5 เวลาของรอบการสั่งซื้อ สำหรับตัวอย่างที่ 2

n	R_{i-1}	T_i
1	0	0.71705
2	0.71705	0.71462
3	1.43167	0.71220
4	2.14387	2.50000
5	4.64387	0.69001
6	5.33388	0.71521

จากตารางที่ 5 พบว่าผลรวมเวลาของรอบการสั่งซื้อที่เหมาะสมเท่ากับ 6.04909 มีค่ามากกว่าขอบเขตเวลาการขายสินค้าที่กำหนดให้เท่ากับ 6 ดังนั้นจึงทำการปรับแก้เวลาของรอบการสั่งซื้อสินค้า ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เวลาของรอบการสั่งซื้อที่เหมาะสมเมื่อมีการปรับแก้ T_i สำหรับตัวอย่างที่ 2

n	R_{i-1}	T_i
1	0	0.71123
2	0.71123	0.70882
3	1.42005	0.70642
4	2.12647	2.47971
5	4.60618	0.68441
6	5.29059	0.709406

ตารางที่ 7 เวลาของรอบการสั่งซื้อที่เหมาะสมที่ปรับแก้และปริมาณการสั่งซื้อที่เหมาะสมที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุด สำหรับตัวอย่างที่ 2

n	R_{i-1}	T_i^*	Q_i	$TCU\left(T_i^*\right)$
1	0	0.71123	53.69639	154.65508
2	0.71123	0.70882	53.88241	154.66570
3	1.42005	0.70642	54.06796	154.67494
4	2.12647	2.47971	85.28325	1270.62952
5	4.60618	0.68441	85.78072	194.74052
6	5.29059	0.709406	84.99237	197.73760

จากตารางที่ 7 ได้ว่า ในฤดูกาลที่มีขอบเขตของเวลาการขายสินค้า 6 เดือน มีการสั่งซื้อสินค้าทั้งหมด 6 รอบ ปริมาณการสั่งซื้อสินค้าทั้งหมดที่เหมาะสม เท่ากับ 417.70310 หน่วย ที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำสุด เท่ากับ 2,127.10336 บาท

ในส่วนของการวิเคราะห์ความไว ทำการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์อัตราความต้องการเริ่มต้นแบบเลขชี้กำลัง (a) และแบบเชิงเส้น (a_1) และอัตราการเสื่อมสภาพ (θ) ที่มีผลต่อปริมาณการสั่งซื้อและค่าใช้จ่ายทั้งหมด เมื่อค่าพารามิเตอร์มีเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงเท่ากับ -50%, -25%, -10%, 10%, 25% และ 50% แสดงได้ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 ผลการวิเคราะห์ความไว สำหรับตัวอย่างที่ 2

พารามิเตอร์	การเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ (%)	จำนวนรอบการสั่งซื้อ	การเปลี่ยนแปลงของปริมาณการสั่งซื้อ (%)	การเปลี่ยนแปลงของค่าใช้จ่ายทั้งหมด (%)
a, a_1	-50	4	-48.15139	+39.96310
	-25	5	-28.19236	+7.96225
	-10	6	-9.32377	+0.73355
	+10	6	+9.63343	-0.27863
	+25	7	+27.71600	-10.07101
	+50	7	+35.10312	-80.82400
θ	-50	5	+16.48163	+35.14515
	-25	6	+2.94067	+29.27986
	-10	6	+0.80688	+8.64198
	+10	6	-0.43083	-9.60013
	+25	6	-0.59135	-12.88178
	+50	7	+1.09207	-18.57139

จากตารางที่ 8 ได้ว่า เมื่ออัตราความต้องการเริ่มต้นแบบเลขชี้กำลัง (a) และแบบเชิงเส้น (a_1) เพิ่มขึ้น ส่งผลให้ปริมาณการสั่งซื้อและจำนวนรอบการสั่งซื้อมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ค่าใช้จ่ายทั้งหมดก็จะลดลง ตามลำดับ ในส่วนของอัตราการเสื่อมสภาพ (θ) เพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้ค่าของปริมาณการสั่งซื้อ จำนวนรอบการสั่งซื้อและค่าใช้จ่ายทั้งหมดมีค่าที่ลดลงตามลำดับ แต่เมื่ออัตราการเสื่อมสภาพ (θ) เพิ่มขึ้น 50% ทำให้ปริมาณการสั่งซื้อเพิ่มขึ้น

วิจารณ์ผลการวิจัย

สามารถนำตัวแบบสินค้าคงคลังของสินค้าตามฤดูกาลที่มีการเสื่อมสภาพของสินค้าที่นำเสนอนี้มาเป็นแนวทางในการบริหารจัดการระบบสินค้าคงคลังในแต่ละฤดูกาลให้มีประสิทธิภาพ ซึ่งสามารถหาปริมาณการสั่งซื้อสินค้าและเวลาในการสั่งซื้อสินค้าที่เหมาะสม ที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อรอบการสั่งซื้อต่ำสุด โดยตัวแบบที่นำเสนอดังกล่าวพิจารณาอัตราความต้องการสินค้าที่สอดคล้องกับอัตราความต้องการจริงที่ขึ้นอยู่กับเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป

สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษานี้ได้พิจารณาอัตราความต้องการที่เพิ่มขึ้นและลดลงเมื่อถึงจุดเวลาหนึ่ง มีความสอดคล้องกับหลักความเป็นจริง ซึ่งโดยปกติแล้วจะหาค่าเฉลี่ยของอัตราความต้องการและนำค่าที่ได้มาใช้หานโยบายการสั่งซื้อที่เหมาะสมแทน เพราะฉะนั้นผู้ประกอบการสามารถนำตัวแบบสินค้าคงคลังที่มีข้อสมมติและรูปแบบของอัตราความต้องการที่เหมือนกับงานวิจัยนี้ไปพิจารณาได้ว่า ในฤดูกาลขายสินค้าประเภทนี้รอบต่อไปควรจะสั่งซื้อสินค้าเมื่อไรและปริมาณเท่าไรที่ทำให้ได้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

หากมีการนำตัวแบบสินค้าในงานวิจัยนี้ไปพัฒนาต่อ ควรคำนวณค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้า (h) โดยมีหน่วยเป็น หน่วยต่อหน่วยเวลา เพื่อที่จะสามารถหาค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่ำสุด $TCU\,(T_i^{'})$

ได้สอดคล้องกับความเป็นจริง เนื่องจากแต่ละช่วงเวลาของการสั่งซื้อสินค้าหรือช่วงเวลาที่สินค้าอยู่ในคลังไม่เท่ากัน

เอกสารอ้างอิง

Chang, H.J. and Dye, C.Y. (1999). An EOQ model for deteriorating items with exponential time varying demand and partial backlogging. *International Journal of Information and Management Sciences*, *10*, 1-11.

Ghosh, S.K. and Chaudhuri, K.S. (2005). An EOQ model for a deteriorating item with trended demand and shortages in all cycles. *Advanced Modeling and Optimization*, *7*, 57-68.

Manna, S.K., and Chaudhuri, K.S. (2006). An EOQ model with ramp type demand rate, time dependent deterioration rate, unit production cost and shortages. *European Journal of Operational research*, *171*, 557-566.

Office of Agricultural Economics Ministry of Agriculture and Cooperatives. (2006-2015). *Volume and value of fresh and mango*. Retrieved December 2, 2016, from http://www.oae.go.th/oae_report/export_import/export.php

Ouyang, L.Y. Wu, K.S. and Cheng, M.C. (2004). An inventory model for deteriorating items with exponential declining demand and partial backlogging. *Yugoslav Journal of Operations Research*, *15*, 277-288.

Panda, S., Senapati, S., and Basu, M. (2008). Optimal replenishment policy for perishable seasonal products in a season with ramp-type time dependent demand. *Computers & Industrial Engineering*, *Vol. 54*, 301-314.

Sharma, S. (2015). A generalized EOQ model for time dependent deteriorating items under inflation, exponentially increasing demand and partial backlogging. *American Journal of Computational and Applied Mathematics*, *5,* 178-181.

Shukla, H.S., Shukla, V., and Yadav, S.K. (2013). EOQ model for deteriorating items with exponential demand rate and shortages. *Uncertain supply chain management*, *1,* 67-76.

Singh, T., and Pattnayak, H. (2013). An EOQ model for deteriorating items with linear demand, variable deterioration and partial backlogging. *Journal of service science and management*, *6,* 186-190.

Wu, K.S., and Ouyang, L.Y. (2000). A replenishment policy for deteriorating items with ramp type demand rate. *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)*, *24*, 279-286.